bne_edu

FGV ADM

MATEMÁTICA POR ASSUNTO

https://bneedu.com @bne_edu

SUMÁRIO

FUNÇÃO DO 1º GRAU

2012.2

3) Quando o preço por unidade de certo modelo de telefone celular é R$ 250,00, são vendidas 1 400 unidades por mês. Quando o preço por unidade é R$ 200,00, são vendidas 1 700 unidades mensalmente.

Admitindo que o número de celulares vendidos por mês pode ser expresso como função polinomial do primeiro grau do seu preço, podemos afirmar que, quando o preço for R$ 265,00, serão vendidas:

a) 1 290 unidades
b) 1 300 unidades
c) 1 310 unidades
d) 1 320 unidades
e) 1 330 unidades

RESOLUÇÃO:

Quantidade de unidades vendidas: $v(x)$

Preço em reais: x

$$v(x) = ax + b$$

$$v(250) = a.250 + b = 1400$$

$$v(200) = a.200 + b = 1700$$

$$\begin{cases} 250a + b = 1400 \\ 50a = -300 \end{cases} \rightarrow a = -6, b = 2900$$

Assim, $v(x) = -6x + 2900$

$$v(265) = -6.265 + 2900 = 1310\ celulares$$

2014.2

3) Considerando um horizonte de tempo de 10 anos a partir de hoje, o valor de uma máquina deprecia linearmente com o tempo, isto é, o valor da máquina y em função do tempo x é dado por uma função polinomial do primeiro grau $y = ax + b$.

Se o valor da máquina daqui a dois anos for R$ 6 400,00, e seu valor daqui a cinco anos e meio for R$ 4 300,00, seu valor daqui a sete anos será

a) R$ 3 100,00
b) R$ 3 200,00
c) R$ 3 300,00
d) R$ 3 400,00
e) R$ 3 500,00

RESOLUÇÃO:

Função do valor em função do tempo: $y = ax + b$

$$x = 2 \rightarrow y = a.2 + b = 6400$$

$$x = 5{,}5 \rightarrow y = a.5{,}5 + b = 4300$$

$$\begin{cases} 2a + b = 6400 \\ 5{,}5a + b = 4300 \end{cases} \rightarrow a = -600, b = 7600$$

$$y = -600x + 7600$$

Assim:

$$x = 7 \rightarrow y = -600.7 + 7600 = 3400$$

2015.1

2) Uma cafeteria vende exclusivamente café a um preço de R$3,00 por xícara. O custo de fabricação de uma xícara de café é R$0,80 e o custo fixo mensal da cafeteria é R$3 800,00. Para que o lucro mensal seja no mínimo R$5 000,00, devem ser fabricadas e vendidas, no mínimo, x xícaras por mês; x pertence ao intervalo:

a) [3100, 3300]
b) [3300, 3500]
c) [3500, 3700]
d) [3700, 3900]
e) [3900, 4100]

RESOLUÇÃO:

Lucro em cada caixa:

$$3{,}00 - 0{,}80 = R\$\ 2{,}20$$

Na venda de x xícaras por mês:

$$2{,}20x - 3800 = 5000 \rightarrow 2{,}20x = 8800$$
$$x = 4000$$

Portanto:

$$x \in [3900; 4100]$$

2016.2

2) Uma empresa fabrica x unidades de uma peça de automóvel a um custo total mensal dado por $C(x) = 10000 + a \cdot x$, em que 10 000 é o custo fixo e a é o custo variável por unidade. Em janeiro foram fabricadas e vendidas 1 000 peças a um custo médio de R$60,00.

Se, em fevereiro, o preço de venda de cada peça for R$75,00, qual a quantidade mínima a ser fabricada e vendida para a empresa não ter prejuízo?

Nota: o custo médio é igual ao custo total dividido pela quantidade produzida.

a) 370
b) 390
c) 380
d) 360
e) 400

RESOLUÇÃO:

$$C(x) = 10000 + ax$$
$$10000 + a.1000 = 60.1000 \rightarrow 1000a = 50000$$
$$\rightarrow a = 50$$
$$C(x) = 10000 + 50x$$
$$R(x) = 75x$$

Lucro:

$$L(x) = R(x) - C(x) \geq 0$$
$$75x - (10000 + 50x) \geq 0$$
$$x \geq 400 \rightarrow x_{mín} = 400$$

7) Em 2013, uma empresa exportou 600 mil dólares e, em 2014, exportou 650 mil dólares de um certo produto.

Suponha que o gráfico das exportações y (em milhares de dólares) em função do ano x seja formado por pontos colineares.

Desta forma, a exportação triplicará em relação à de 2013 no ano de

a) 2036
b) 2038
c) 2035
d) 2037
e) 2034

RESOLUÇÃO:

Cálculo do coeficiente angular:

$$a = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{650 - 600}{2014 - 2013} = 50$$
$$a = \frac{1800 - 600}{x - 2013} = 50 \rightarrow \frac{1200}{x - 2013} = 50$$
$$x - 2013 = 24 \rightarrow x = 2037$$

2018.2

8) Uma empresa produz apenas dois tipos de sorvete, de creme e chocolate. A capacidade máxima de produção é de 500 l de sorvete. A empresa pretende produzir, no máximo, 250 l de sorvete de creme por dia e, no máximo, 400 l de sorvete de chocolate por dia.

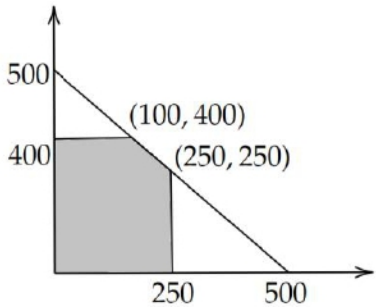
Sejam x e y os números de litros de sorvete de creme e chocolate, respectivamente, possíveis de serem produzidos diariamente.

Admitindo que x e y possam assumir somente valores reais não negativos, representando-se graficamente no plano cartesiano os pares (x, y) possíveis, obtém-se uma região poligonal cuja soma das abscissas dos vértices é:

a) 650
b) 550
c) 600
d) 500
e) 700

RESOLUÇÃO:

$$x \leq 250, y \leq 400, x + y \leq 500$$



Os pontos que definem a região poligonal são:

$$(0,0), (0,400), (100,400), (250,250), (250,0)$$

Portanto, queremos:

$$0 + 0 + 100 + 250 + 250 = 600$$

2019.1

4) Em determinada data (designada por A), o preço do sanduíche Big Mac era 5 dólares nos Estados Unidos e 15 reais no Brasil.

Dez anos depois (data designada por B), o preço do Big Mac aumentou 20% nos Estados Unidos e 100% no Brasil.

Nesta última data, uma certa quantia em reais permitia comprar um Big Mac no Brasil, e esta mesma quantia, convertida para dólares, permitia comprar um Big Mac nos Estados Unidos.

Podemos afirmar que, na data B, o valor de 1 dólar era igual a:

a) 5,40 reais.
b) 5,80 reais.
c) 5,20 reais.
d) 5,60 reais.
e) 5,00 reais.

RESOLUÇÃO:

Pontos do gráfico da função do primeiro grau:

$$(2, 46), (5,40)\ e\ (8,25, p)$$

Com x em anos e y em milhares de reais:

$$\frac{40-46}{5-2} = \frac{p-40}{8,25-5} \rightarrow p = 33,5$$

2020.1

1) Para celebrar uma festa, o centro acadêmico de uma faculdade escolhe entre dois lugares cujos preços são:

Salão A

R$ 1 000,00 mais R$ 5,00 por pessoa

Salão B

R$ 200,00 mais R$ 10,00 por pessoa

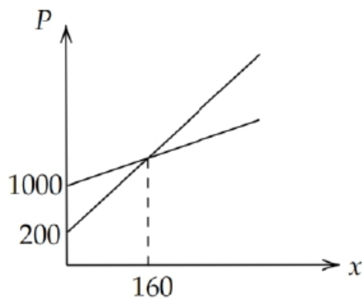
A capacidade máxima de ambos os lugares é de 300 pessoas. O centro não tem ainda o número de pessoas que irá à festa.

RESOLUÇÃO:

a)

$$y_A = 1000 + 5x, \qquad y_B = 200 + 10x$$
$$y_A = y_B \rightarrow 1000 + 5x = 200 + 10x \rightarrow 5x = 800$$
$$x = 160\, pessoas$$

b)



O salão A deve escolhido.

2020.2

8) Uma função do 1º grau $f(x)$ possui as seguintes características:

→ $f(x) -= 2$
→ $f(5) = 2k + 1$
→ O gráfico de f é uma reta com coeficiente angular igual a −3.

O valor de k é:

a) 19
b) 15
c) 17
d) 18
e) 16

RESOLUÇÃO:

$$f(x) = ax + b$$
$$f(k) = -2 \rightarrow ak + b = -2$$
$$f(5) = 2k + 1 \rightarrow 5a + b = 2k + 1$$

Coeficiente angular igual a $-3 \rightarrow a = -3$

$$\begin{cases} -3k + b = -2 \\ -15 + b = 2k + 1 \end{cases} \rightarrow -3k + 15 = -2 - 2k - 1$$
$$= -2k - 3$$
$$\therefore k = 18$$

FUNÇÃO DO 2º GRAU

2012.2

7) Uma loja vende semanalmente x relógios quando seu preço por unidade p, em reais, é expresso por $p = 600 - 10x$. A receita semanal de vendas desse produto é R$ 5 000,00 para dois valores de p.

A soma desses valores é:

a) R$ 400,00
b) R$ 450,00
c) R$ 500,00
d) R$ 550,00
e) R$ 600,00

RESOLUÇÃO:

Receita semanal:

$$R(x) = x(600 - 10x) = -10x^2 + 600x$$
$$-10x^2 + 600x = 50000 \rightarrow x^2 - 60x + 500 = 0$$
$$\rightarrow x = 10 \; ou \; x = 50$$

Se $x = 10$, então:

$$p = 600 - 10.10 = 500$$

Se $x = 50$, então:

$$p = 600 - 10.50 = 100$$

Os dois valores de p, para os quais a receita semanal de vendas é de $R\$50000{,}00$, será de 500 e 100. A soma deles é 600

2013.1

13) Uma única linha aérea oferece apenas um voo diário da cidade A para a cidade B. O número de passageiros y que comparecem diariamente para esse voo relaciona-se com o preço da passagem x, por meio de uma função polinomial do primeiro grau.

Quando o preço da passagem é R$ 200,00, comparecem 120 passageiros e, para cada aumento de R$ 10,00 no preço da passagem, há uma redução de 4 passageiros. Qual é o preço da passagem que maximiza a receita em cada voo?

a) R$ 220,00
b) R$ 230,00
c) R$ 240,00
d) R$ 250,00
e) R$ 260,00

RESOLUÇÃO:

Receita:

$$R(x) = (120 - 4x)(200 + 10x)$$

A receita é máxima quando $x = x_V = -\frac{b}{2a} = 5$

O preço que maximiza a receita é:

$$200 + 10.5 = 250$$

2013.2

7) Ao cobrar dos produtores um imposto de t reais por unidade vendida de um produto, o número x de unidades vendidas mensalmente é dado por $x = 50 - 0{,}25t$.

A receita tributária mensal (imposto por unidade vezes a quantidade vendida) máxima que o governo consegue arrecadar é

a) R$ 2 200,00
b) R$ 2 300,00
c) R$ 2 400,00
d) R$ 2 500,00
e) R$ 2 600,00

RESOLUÇÃO:

Receita $R(x)$:

$$R(x) = x.t \to R(x) = x\left(\frac{50-x}{0{,}25}\right) = 4x(50-x) = -4x^2 + 200x$$

A receita será máxima quando $R = y_V$:

$$R_{máx} = -\frac{\Delta}{4a} = 2500$$

2014.1

10) Um restaurante francês oferece um prato sofisticado ao preço de p reais por unidade. A quantidade mensal x de pratos que é vendida relaciona-se com o preço cobrado através da função $p = -0{,}4x + 200$.

Sejam k_1 e k_2 os números de pratos vendidos mensalmente, para os quais a receita é igual a $R\$\ 21\ 000{,}00$. O valor de $k_1 + k_2$ é:

a) 450
b) 500
c) 550
d) 600
e) 650

RESOLUÇÃO:

Receita = preço x quantidade:

$$R = p.x = (-0{,}4x + 200)x \to R = -0{,}4x^2 + 200x$$

Receita igual a 21000, assim:

$$-0{,}4x^2 + 200x = 21000 \to x^2 - 500x + 52500 = 0$$

A soma das soluções (raízes) é $-\frac{b}{a} = 500$

2015.1

14) Para que valor de a, o conjunto imagem da função quadrática $f(x) = ax^2 - 4x + 6$ é o intervalo $[-6, \infty[$?

a) $\frac{1}{7}$
b) $\frac{1}{6}$
c) $\frac{1}{5}$
d) $\frac{1}{4}$
e) $\frac{1}{3}$

RESOLUÇÃO:

Se $[-6, +\infty[$, então o valor mínimo de $f(x)$ é -6.

$$y_V = -6 = -\frac{4^2 - 24a}{4a} \to 48a = 16 \to a = \frac{1}{3}$$

2015.2

15) Um estacionamento para automóveis aluga vagas para carros mediante o preço de x reais por dia de estacionamento. O número y de carros que comparecem por dia para estacionar relaciona-se com o preço x de acordo com a equação $0{,}5 + y = 120$.

O custo por dia de funcionamento do estacionamento é R$1150,00 independentemente do número de carros que estacionam.

Seja [a, b] o intervalo de maior amplitude de preços em reais, para os quais o proprietário não tem prejuízo. Pode-se afirmar que a diferença b –a é:

a) 220
b) 250
c) 240
d) 230
e) 260

RESOLUÇÃO:

Número de carros por dia:

$$y = 120 - 0{,}5x$$

em que x é o valor pago por cada um em reais.

Receita diária: $x(120 - 0{,}5x)$
Custo diário: 1150

Para que não haja prejuízo:

$$x(120 - 0{,}5x) - 1150 \geq 0 \rightarrow -x^2 + 240x - 2300 \geq 0$$

Raízes de $-x^2 + 240x - 2300 = 0$ são 10 e 230

Como $-x^2 + 240x - 2300$ é uma parábola com concavidade para baixo, $-x^2 + 240x - 2300 \geq 0$ se $10 \leq x \leq 230$

Assim, $[a; b] = [10; 230] \rightarrow b - a = 220$

2016.1

8) A quantidade mensalmente vendida x, em toneladas, de certo produto, relaciona-se com seu preço por tonelada p, em reais, através da equação $p = 2\,000 - 0{,}5x$.

O custo de produção mensal em reais desse produto é função da quantidade em toneladas produzidas x, mediante a relação $C = 500\,000 + 800x$.

O preço p que deve ser cobrado para maximizar o lucro mensal é: ^

a) 1 400
b) 1 550
c) 1 600
d) 1 450
e) 1 500

RESOLUÇÃO:

Preço:

$$p = 2000 - 0{,}5x \rightarrow x = 4000 - 2p$$

Receita:

$$R(p) = x.p = (4000 - 2p)p$$

Custo mensal:

$$C = 500000 + 800x = 500000 + 800(4000 - 2p)$$

Lucro mensal:

$$L(p) = R - C = (4000 - 2p)(p - 800) - 500000$$

O lucro será máximo quando $(4000 - 2p)(p - 800)$ for máximo

Como as raízes de $(4000 - 2p)(p - 800)$ são 2000 e 800, o valor máximo será atingido quando

$$p = \frac{2000 + 800}{2} = 1400$$

2017.1

4) Um fazendeiro dispõe de material para construir 60 metros de cerca em uma região retangular, com um lado adjacente a um rio. Sabendo que ele não pretende colocar cerca no lado do retângulo adjacente ao rio, a área máxima da superfície que conseguirá cercar é:

a) $430m^2$
b) $440m^2$
c) $460m^2$
d) $470m^2$
e) $450m^2$

RESOLUÇÃO:

Dimensões do retângulo: x e y:

$$x + y + x = 60 \rightarrow y = 60 - 2x$$

Area do retângulo:

$$S = xy = x(60 - 2x) = -2x^2 + 60x$$

Para área máxima:

$$x_V = -\frac{60}{2(-2)} = 15$$

$$A_{máx} = 15(60 - 2.15) = 450$$

2017.2

4) Uma empresa produz x toneladas mensais de um produto a um custo mensal dado (em milhares de reais) por $C(x) = 0{,}75x^2 + 4x + 40$.

A capacidade máxima de produção é de 20 toneladas por mês e toda a produção é vendida a um preço de 25 (milhares de reais) por tonelada.

A quantidade em toneladas que deve ser produzida e vendida por mês para maximizar o lucro mensal é:

a) 12
b) 18
c) 14
d) 20
e) 16

RESOLUÇÃO:

$$L(x) = 25x - (0{,}75x^2 + 4x + 40)$$
$$= -0{,}75x^2 + 21x - 40$$

O lucro será máximo quando:

$$x_V = -\left(\frac{21}{2.(-0{,}75)}\right) = 14$$

2018.1

6) Uma empresa fabrica um produto cujo preço de venda p em reais relaciona-se com a quantidade mensal vendida x através da equação $p = -0{,}2x + 100$.

A função custo mensal da empresa é $C = F + 20x$, em que F é o custo fixo mensal em reais.

Sabendo que o lucro máximo mensal possível é R$5 000,00, o custo fixo mensal dessa empresa é de:

a) R$2 000,00
b) R$2 500,00
c) R$2 200,00
d) R$3 000,00
e) R$3 300,00

RESOLUÇÃO:

$$L = R - C$$

$$L = x(-0{,}2x + 100) - F - 20x$$

$$L = -0{,}2x^2 + 80x - F$$

Máximo:

$$y_V = -\frac{\Delta}{4a} = -\frac{(80^2 - 4.0{,}2.F)}{4(-0{,}2)} = 5000$$

$$\therefore F = 3000$$

2018.2

9) Uma rede de livrarias estima vender anualmente 1 500 unidades de determinado livro se o seu preço unitário de venda for R\$50,00. Além disso, a rede estima que uma queda de R\$10,00 no preço de cada exemplar proporcionará um aumento de vendas de 100 unidades por ano.

Supondo que a relação entre preço e quantidade vendida anualmente possa ser expressa por uma função polinomial de 1º grau, quanto deverá ser cobrado por livro para maximizar a receita anual?

a) R\$90,00
b) R\$100,00
c) R\$70,00
d) R\$110,00
e) R\$80,00

RESOLUÇÃO:

$$P = 50 - 10x$$

$$Q = 1500 + 100x$$

$$R = P.Q = (50 - 10x)(1500 + 100x)$$

$$R = 1000(5 - x)(15 + x)$$

As raízes são 5 e -15

Portanto, o x_V é dado por:

$$x_V = \frac{5 - 15}{2} = -5$$

Com $x = -5$

$$P = 50 - 10(-5) = 100$$

2019.1

1) Uma empresa produz diariamente x quilogramas de uma matéria prima, a um custo diário dado por $C(x) = 0{,}1x^2 + 40x + 3000$, em que $x \leq 400$.

Se o preço de venda por quilograma for de 80 reais, podemos afirmar que o lucro diário será positivo, para valores de x entre:

a) 110 e 310
b) 90 e 290
c) 100 e 300
d) 80 e 280
e) 120 e 320

RESOLUÇÃO:

$$L = R - C = 80x - 0{,}1x^2 - 40x - 3000$$

$$L = -0{,}1x^2 + 40x - 3000 > 0$$

Raízes: 100 e 300

Portanto:

$$100 < x < 300$$

2019.2

10) Para levantar fundos, uma ONG beneficente está recolhendo garrafas usadas, que pretende vender a uma indústria para serem recicladas. Desde que a campanha começou, há 90 dias, a organização já recolheu 36 toneladas de garrafas, pelas quais a indústria pretende pagar 10 centavos, por quilograma, no final do programa. Assim, se o programa terminasse hoje, a indústria pagaria 360 000 centavos.

Mas, como as garrafas estão acumulando mais do que podem ser recicladas, a indústria vai reduzir 10 centavos por dia o preço que paga por 100 quilogramas de garrafas usadas. Supondo que a organização continue recolhendo as garrafas usadas no mesmo ritmo e que a indústria as compre de uma única vez, resolva as questões.

a) Expresse a receita da ONG com a venda de garrafas usadas em função do número de dias a mais que a campanha permaneça em vigor.
b) Calcule o número de dias que a ONG deve esperar para encerrar a campanha de modo a conseguir a maior receita possível. Calcule, em reais, o valor da receita máxima.

RESOLUÇÃO:

a)

p por 100 kg e q por kg:

$$p = 1\,000 - 10d \rightarrow q = \frac{36\,000d}{90} \rightarrow q = 400d$$

q por 100 kg:

$$q = 4d$$

$$R = p.q = (1\,000 - 10d)(4d) = 40(-d^2 + 100d) = -40d^2 + 40\,000d$$

b)

$$R_{máx} = -\frac{\Delta}{4a} = -\frac{40\,000^2}{4(-40)} = 10\,000\,000$$

$$10\ milhões\ de\ centavos = 100\ mil\ reais$$

3) Há dois valores de x que minimizam a função de variável real $f(x) = x^2 - 5|x| + 6$. A soma desses valores é:

a) 0
b) 2
c) -3
d) 3
e) -2

RESOLUÇÃO:

O mínimo de $f(x)$ ocorre no vértice da parábola:

$$x_V = -\frac{b}{2a} = -\frac{-5}{2.1} = \frac{5}{2}$$

Portanto:

$$|x| = \frac{5}{2} \rightarrow x = \pm\frac{5}{2}$$

A soma dos valores é:

$$+\frac{5}{2} - \frac{5}{2} = 0$$

2020.1

5) O número de turistas x que comparecem diariamente para um passeio de barco, relaciona-se com o preço p em reais cobrado por pessoa através da relação $p = 300 - 2x$.

Se o barco tiver 100 lugares, qual a receita máxima que pode ser obtida por dia?

a) R$10 000,00
b) R$11 500,00
c) R$10 750,00
d) R$11 000,00
e) R$11 250,00

RESOLUÇÃO:

$$R = px = (300 - 2x)x$$

$$R = 2(150 - x)x = -2x^2 + 300x$$

Tomando o y do vértice da parábola:

$$\therefore R_V = máx = -\frac{\Delta}{4a} = 11250$$

2020.2

3) Uma pizzaria do tipo delivery tem uma capacidade de produção máxima de 220 pizzas por dia. O preço p, em reais, cobrado por pizza relaciona-se com a quantidade x de pizzas vendidas diariamente, através da equação: $p = -\frac{1}{4}x + 100$.

O preço que deve ser cobrado para maximizar a receita diária é um valor, em reais,

a) menor que 46
b) entre 46 e 49
c) entre 49 e 52
d) entre 52 e 55
e) maior que 55

RESOLUÇÃO:

$$Receita(y) = Preço(p) * Quantidade(x)$$

$$\therefore y = \left(-\frac{1}{4}x + 100\right)x = -\frac{x^2}{4} + 100x$$

Para que y seja máximo: $x = x_V = -\frac{b}{2a} = -\frac{100}{2\left(-\frac{1}{4}\right)} = 200$

$$\therefore x = 200\ pizzas$$

Para esta quantidade: $p = -\frac{1}{4}200 + 100 = 50\ reais$

PORCENTAGEM

2013.1

1) O PIB *per capita* de um país, em determinado ano, é o PIB daquele ano dividido pelo número de habitantes. Se, em um determinado período, o PIB cresce 150% e a população cresce 100%, podemos afirmar que o PIB *per capita* nesse período cresce

a) 20%
b) 25%
c) 35%
d) 45%
e) 50%

RESOLUÇÃO:

PIB: x

População: y

Assim:

$$\frac{(100 + 150)\%x}{(100 + 100)\%y} = \frac{2{,}5x}{2{,}0y} = 1{,}25\frac{x}{y}$$

O que corresponde à um crescimento de 25%.

2013.2

4) A produção mensal P, em toneladas, de um produto é diretamente proporcional à raiz quadrada do número x de homens empregados, isto é, P = k x , em que k é uma constante. Com 25 homens, a produção mensal é de 500 toneladas.

Qual o aumento percentual da produção mensal se forem empregados 36 homens?

a) 18%
b) 20%
c) 22%
d) 24%
e) 26%

RESOLUÇÃO:

$$500 = k\sqrt{25} \rightarrow k = 100$$

Produção mensal com 36 homens:

$$P = 100.\sqrt{36} = 600$$

Aumento percentual:

$$\frac{600 - 500}{500} = 20\%$$

10) Na venda de um produto, um comerciante adiciona ao preço de custo uma margem de lucro. O preço final de venda é igual ao preço de custo mais a margem de lucro, mais um determinado imposto.

Se o preço de custo for R$ 40,00, a margem de lucro for 60% do preço de custo e o imposto for 20% do preço de venda, podemos concluir que o imposto pago é

a) R$ 12,80
b) R$ 13,60
c) R$ 14,40
d) R$ 15,20
e) R$ 16,00

RESOLUÇÃO:

Custo C, Lucro L, Imposto I, preço de venda V:

$$C = 40, L = 0{,}60.C = 24, I = 0{,}2.V = 0{,}2V$$

Assim:

$$I = 0{,}2(C + L + I) = 0{,}2(40 + 24 + I)$$
$$I = 0{,}2I + 12{,}8$$
$$\therefore I = 16$$

2014.1

2) Toda segunda-feira, Valéria coloca R$ 100,00 de gasolina no tanque de seu carro.

Em uma determinada segunda-feira, o preço por litro do combustível sofreu um acréscimo de 5% em relação ao preço da segunda-feira anterior. Nessas condições, na última segunda-feira, o volume de gasolina colocado foi x% inferior ao da segunda-feira anterior. É correto afirmar que x pertence ao intervalo

a) [4,9; 5,0[
b) [4,8; 4,9[
c) [4,7; 4,8[
d) [4,6; 4,7[
e) [4,5; 4,6[

RESOLUÇÃO:

Volume em litros: V

Preço em reais: P

$$(1 - x\%).V.1{,}05.P = V.P \rightarrow \left(1 - \frac{x}{100}\right).1{,}05 = 1$$

$$x \approx 4{,}76$$

3) Uma fábrica de panelas opera com um custo fixo mensal de R$ 9 800,00 e um custo variável por panela de R$ 45,00. Cada panela é vendida por R$ 65,00. Seja x a quantidade que deve ser produzida e vendida mensalmente para que o lucro mensal seja igual a 20% da receita.

A soma dos algarismos de x é:

a) 2
b) 3
c) 4
d) 5
e) 6

RESOLUÇÃO:

Quantidade de panelas: x

Custo de produção: $9800 + 45x$

Receita: $65x$

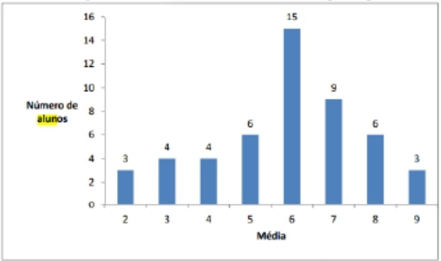
Lucro: $65x - (9800 + 45x)$

Assim:

$$65x - (9800 + 45x) = 0{,}2.65x \rightarrow x = 1400$$

6) A média mínima para um aluno ser aprovado em certa disciplina de uma escola é 6.

A distribuição de frequências das médias dos alunos de uma classe, nessa disciplina, é dada abaixo:



A porcentagem de alunos aprovados foi:

a) 62%
b) 63%
c) 64%
d) 65%
e) 66%

RESOLUÇÃO:

Número total de alunos:

$$3+4+4+6+15+9+6+3=50$$

Média maior ou igual a 6:

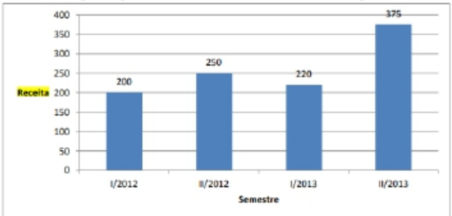
$$15+9+6+3=33$$

Assim:

$$\frac{33}{50}=\frac{66}{100}=66\%$$

2014.2

1) O gráfico abaixo apresenta a receita semestral (em milhões de reais) de uma empresa em função do tempo em que I/2012 representa o 1º semestre de 2012, II/2012 representa o 2º semestre de 2012 e assim por diante.



Estima-se que

- a variação porcentual da receita de I/2014 em relação à de I/2013 seja igual à variação porcentual da receita de I/2013 em relação à de I/2012;
- a variação porcentual da receita de II/2014 em relação à de II/2013 seja igual à variação porcentual da receita de II/2013 em relação à de II/2012.

Nessas condições, pode-se afirmar que a receita total do ano de 2014, em milhões de reais, será de

a) 802,4
b) 804,5
c) 806,6
d) 808,7
e) 810,8

RESOLUÇÃO:

Receita 2014/I: x

Receita 2014/II: y

$$\frac{x}{220}=\frac{220}{200}\rightarrow x=242$$

$$\frac{y}{375}=\frac{375}{250}\rightarrow y=562,5$$

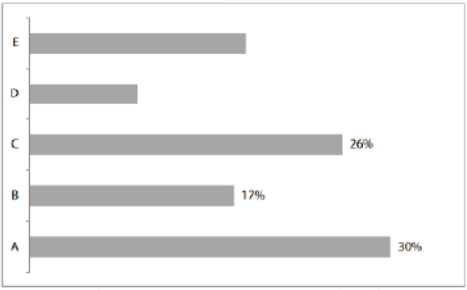
$$x+y=242+562,5=804,5$$

(11) 99771-6133
bne_edu
bne_edu

2015.1

1) Um investidor possui uma carteira com ações de cinco empresas: A, B, C, D e E.

Em determinado dia, o gráfico abaixo apresentou o valor (em reais) das ações de cada empresa, como porcentagem do valor total (em reais) da carteira:



Sabendo que o valor das ações da empresa E é o dobro do valor das ações da empresa D, podemos afirmar que a razão entre o valor das ações de E e o valor das ações de A é:

a) 0,54
b) 0,56
c) 0,58
d) 0,60
e) 0,62

RESOLUÇÃO:

$$a+b+c+d+e=100\%$$
$$30\%+17\%+26\%+d+2d=100\%$$
$$d=9\% \rightarrow e=18\%$$

Assim:

$$\frac{e}{a}=\frac{18\%}{30\%}=0{,}6$$

6) Salomão aplicou R$15 000,00 durante um ano, à taxa de 8% ao ano. Em seguida, aplicou o montante obtido por mais um ano, à taxa de 9% ao ano, obtendo, no final, um montante de x reais.

A soma dos algarismos de x é:

a) 27
b) 25
c) 23
d) 26
e) 24

Após primeira aplicação:

$$(1+0{,}08).\,15000=16200$$

Após segunda aplicação:

$$x=(1+0{,}09).\,16200=17658$$

A soma dos algarismos de x:

$$1+7+6+5+8=27$$

2015.2

2) Um reservatório tem o formato de um cilindro reto com área da base igual a 10 m2 e altura igual a 5 m. O reservatório, inicialmente vazio, é preenchido com um líquido a uma vazão de 200 litros por minuto. Após 3 horas e meia, a porcentagem do volume do líquido no reservatório em relação ao volume total do reservatório é:

a) 84%
b) 88%
c) 86%
d) 87%
e) 85%

RESOLUÇÃO:

Volume do reservatório:

$$V_r=(10\,m^2)(5\,m)=50\,m^3=50000\,l$$

Volume preenchido com líquido:

$$V_l=\left(200\frac{l}{min}\right)(210\text{ min})=42000\text{ l}$$

Porcentagem:

$$\frac{V_l}{V_r}=\frac{42000}{50000}=0{,}84=84\%$$

13) Uma empresa vende regularmente um produto com uma demanda mensal constante a um certo preço por unidade. Se o preço por unidade sofrer um aumento de 8%, qual será a redução porcentual da quantidade mensal vendida de modo que a receita mensal não se altere?

a) 8%
b) aproximadamente 7,8%
c) aproximadamente 7,6%
d) aproximadamente 7,4%
e) 7%

RESOLUÇÃO:

Preço unitário: p
Quantidade mensal: q
Preço após aumento de 8%: $1{,}08.\,p$
Redução de x na quantidade vendida: $(1-x).\,q$
Receita mensal:

$$(1-x)q.\,1{,}08.\,p = pq \rightarrow (1-x).\,1{,}08 = 1$$

$$1-x = \frac{1}{1{,}08} \approx 0{,}926 \rightarrow x \approx 0{,}074 = 7{,}4\%$$

2017.1

2) No início de certo ano, Fábio aplicou sua poupança em dois fundos de investimentos A e B, sendo A o de ações e B o de renda fixa.

O valor aplicado em B foi o quádruplo do aplicado em A. Um ano depois, Fábio observou que o fundo A rendeu - 2% (perda de 2%) e o B rendeu 15%.

Considerando o total aplicado, a taxa anual de rentabilidade de Fábio foi:

a) 11,6%
b) 11,8%
c) 11,4%
d) 11,2%
e) 11,0%

RESOLUÇÃO:

A: x reais $\rightarrow 0{,}98x$
B: $4x$ reais $\rightarrow 1{,}15(4x)$

$$\frac{0{,}98x + 1{,}15.4x}{x+4x} = 111{,}6\%$$

Taxa anual: $11{,}6\,\%$

2017.2

1) Habitualmente, dois supermercados A e B vendem garrafas de certa marca de vinho por p reais a unidade. Em determinada semana, o supermercado A anunciou uma promoção para o referido produto: leve três unidades e pague por duas.

Em contrapartida, o supermercado B anunciou um desconto de 20% sobre o preço p em cada unidade comprada.

Se Sandoval comprar três garrafas escolhendo a melhor opção de pagamento, ele terá feito uma economia em relação à pior opção de, aproximadamente:

a) 18,7%
b) 16,7%
c) 19,7%
d) 17,7%
e) 15,7%

RESOLUÇÃO:

A: $2p$
B: $0{,}8.3p = 2{,}4p$

$$\Delta\% = \frac{2{,}4p - 2p}{2{,}4p} = \frac{1}{6} \approx 16{,}7\%$$

2) Nos quatro trimestres de 2016 e no primeiro trimestre de 2017, a receita trimestral de uma empresa manteve-se inalterada. Supondo que no segundo trimestre ela ainda permaneça inalterada e, em cada um dos dois últimos trimestres de 2017, haja um crescimento da receita de 10% em relação à receita do trimestre anterior, podemos afirmar que a receita de 2017 será superior à de 2016 em:

a) 6,65%
b) 8,35%
c) 5,25%
d) 7,75%
e) 5,85%

(11) 99771-6133
bne_edu

RESOLUÇÃO:

$$2016: x + x + x + x = 4x$$
$$2017: x + x + 1{,}1x + (1{,}1)^2 x = 4{,}31x$$
$$\Delta\% = \frac{4{,}31x - 4x}{4x} = 7{,}75\%$$

2018.1

4) A média aritmética dos salários de 550 funcionários de uma empresa é R$4 000,00.

Em uma negociação salarial, duas propostas foram feitas: Proposta A: dar um aumento de R$450,00 por funcionário. Proposta B: dar um aumento de 12% para cada salário. Sejam:

S1 a soma dos salários a serem pagos se for aceita a proposta A.

S2 soma dos salários a serem pagos se for aceita a proposta B.

A diferença em valor absoluto entre S1 e S2 é:

a) R$16 500,00
b) R$12 000,00
c) R$14 100,00
d) R$13 800,00
e) R$15 750,00

RESOLUÇÃO:

$$\begin{cases} S_1 = 450.550 = 247500 \\ S_2 = 550.4000.0{,}12 = 264000 \end{cases}$$

Subtraindo as equações:

$$264000 - 247500 = 16500$$

2018.2

1) Considere a seguinte convenção de datas:

Data	Convenção
15/01/2018	0
15/02/2018	1
15/03/2018	2
15/04/2018	3

No período de 0 a 1, o preço de uma ação caiu 10%. No período de 1 a 2, o preço da mesma ação subiu 5%.

Quanto deverá subir, em porcentagem, o preço da ação no período de 2 a 3 para que seu preço na data 3 seja igual ao da data 0?

(Arredonde o resultado para uma casa decimal).

a) 5,6%
b) 5,2%
c) 5,4%
d) 5,0%
e) 5,8%

RESOLUÇÃO:

$$(1 - 0{,}1)(1 + 0{,}05)(1 + x) = 1$$
$$0{,}9.1{,}05.(1 + x) = 1 \rightarrow 1 + x = \frac{1}{0{,}9.1{,}05} \approx 1{,}0582$$
$$x = 1{,}0582 - 1 = 0{,}0582$$
$$x = 5{,}82\%$$

(11) 99771-6133
bne_edu
bne_edu

2019.1

4) Em determinada data (designada por A), o preço do sanduíche Big Mac era 5 dólares nos Estados Unidos e 15 reais no Brasil.

Dez anos depois (data designada por B), o preço do Big Mac aumentou 20% nos Estados Unidos e 100% no Brasil.

Nesta última data, uma certa quantia em reais permitia comprar um Big Mac no Brasil, e esta mesma quantia, convertida para dólares, permitia comprar um Big Mac nos Estados Unidos.

Podemos afirmar que, na data B, o valor de 1 dólar era igual a:

a) 5,40 reais.
b) 5,80 reais.
c) 5,20 reais.
d) 5,60 reais.
e) 5,00 reais.

RESOLUÇÃO:

EUA	$5 \to (1+0{,}2).5 = 6$
BRASIL	$15 \to (1+1).15 = 30$

Portanto:

$$\frac{30}{6} = 5$$

2019.2

2) Em uma ilha distante, havia 1 000 pessoas trabalhando em janeiro de 2019. Todas recebiam o mesmo salário mensal.

Cada um desses trabalhadores contribuía mensalmente com 10% de seu salário para pagar a aposentadoria mensal dos 100 aposentados que lá viviam. Todos os aposentados recebiam valores iguais de aposentadoria.

Devido à queda da taxa de natalidade e ao aumento da sobrevida, estima-se que em janeiro de 2034 haja 900 trabalhadores na ativa e 110 aposentados.

Nestas condições, supondo que os salários de 2034 tenham-se mantido iguais aos de 2019 (pela ausência de inflação), para que os 110 aposentados em 2034 recebam cada um o mesmo valor de aposentadoria que era recebido por aposentado em 2019, a contribuição do salário de cada trabalhador, que era de 10%, deverá ser igual a x %.

O valor de x, aproximado para duas casas decimais, é

a) 11,82
b) 12,22
c) 12,66
d) 13,06
e) 11,42

RESOLUÇÃO:

2019:

$$\frac{5.1000.0{,}1}{100}$$

2034:

$$\frac{5.900x}{110}$$

Os valores devem ser iguais:

$$\frac{5.1000.0{,}1}{100} = \frac{5.900x}{110} \to x = 0{,}1222\ldots$$

$$x = 12{,}22\%$$

2020.1

1) Existem três empresas A, B, e C que produzem e vendem certo produto em um país.

No ano passado, o tamanho do mercado era de 240 milhões de reais sendo A a empresa líder com 40% de participação no mercado.

Se neste ano o tamanho do mercado crescer 5% em relação ao ano anterior, qual deverá ser o aumento percentual na receita da empresa A, em relação à do ano anterior, para que ela aumente sua participação para 50% neste ano?

a) aproximadamente 34,1%
b) aproximadamente 31,3%
c) aproximadamente 22,4%
d) aproximadamente 29,5%
e) aproximadamente 18,7%

RESOLUÇÃO:

Antes:

$$M \to A\colon 0{,}4M$$

Depois:

$$1{,}05M \to A\colon 0{,}5 \cdot 1{,}05M$$

Variação percentual:

$$\Delta\% = \frac{0{,}5.1{,}05M - 0{,}4M}{0{,}4M} = 0{,}3125 \approx 31{,}3\%$$

2) Um viajante foi a uma casa de câmbio disposto a utilizar R$21 500,00 na compra de dólares e euros. A casa de câmbio forneceu as seguintes informações para compradores:

1 dólar = 4 reais
1 euro = 4,5 reais

Sabendo que ele comprou uma quantidade de euros 50% superior à quantidade de dólares, podemos afirmar que a quantidade de dólares comprada foi um

a) múltiplo de 6.
b) número superior a 2 200.
c) número inferior a 1 750.
d) múltiplo de 40.
e) divisor de 5 000.

RESOLUÇÃO:

$$e = \frac{r_1}{4{,}5}, \qquad d = \frac{r_2}{4}$$

$$e = 1{,}5d \to \frac{r_1}{4{,}5} = 1{,}5\frac{r_2}{4} \to r_1 = \frac{4}{1{,}5.4{,}5}r_2$$

$$r_1 + r_2 = 21500$$

Com as duas equações:

$$r_1 = 13500, r_2 = 8000$$

$$\therefore d = \frac{13500}{4}$$

2020.2

1) Uma loja vende certo tipo de camisa por um determinado preço. Após algumas semanas, ela oferece a seguinte promoção:

Leve 3 camisas e pague pela terceira a metade do preço anunciado.

Caso um cliente compre 3 camisas, o desconto médio por camisa, expresso em porcentagem, será de aproximadamente:

a) 18,9%
b) 15,6%
c) 16,7%
d) 17,8%
e) 14,5%

RESOLUÇÃO:

Preço de cada camisa: p
Total sem desconto: $3p$
Total com desconto: $2{,}5\,p$
Desconto percentual:

$$\frac{2{,}5p - 3p}{3p} = -\frac{0{,}5p}{3p} = -\frac{1}{6}$$

Portanto, o desconto percentual:

$$-\frac{1}{6} \approx -16{,}7\%$$

$$\therefore d = 3375$$

FUNÇÃO EXPONENCIAL

2013.2

5) Um carro 0 km vale hoje R$ 40 000,00 e seu valor decresce exponencialmente de modo que, daqui a t anos, seu valor será $V = a.b^t$, onde a e b são constantes.

Se o valor do carro daqui a 5 anos for R$ 20 000,00, seu valor daqui a 12 anos será, aproximadamente,

a) R$ 19 200,00
b) R$ 17 600,00
c) R$ 7 600,00
d) R$ 5 200,00
e) R$ 4 820,00

Use a tabela abaixo:

x	0	0,6	1,2	1,8	2,4	3
2^{-x}	1	0,66	0,44	0,29	0,19	0,13

RESOLUÇÃO:

Em $t = 0$:

$$V(0) = a.b^0 = a = 40000$$

Assim:

$$V(t) = 40000.b^t$$

Daqui 5 anos:

$$V(5) = 40000.b^5 = 20000 \to b^5 = \frac{1}{2}$$

$$b = 2^{-\frac{1}{5}}$$

Daqui 12 anos:

$$V(12) = 40000.b^{12} = 40000.\left(2^{-\frac{1}{5}}\right)^{12}$$
$$= 40000.2^{-2,4} = 40000.0,19$$

$$V(12) = 7600$$

2014.1

11) Considere a aproximação: $log2 = 0,3$. É correto afirmar que a soma das raízes da equação $2^{2x} - 6.2^x + 5 = 0$ é:

a) $\frac{7}{3}$
b) 2
c) $\frac{5}{3}$
d) $\frac{4}{3}$
e) 1

RESOLUÇÃO:

$$2^{2x} - 6.2^x + 5 = 0 \to (2^x)^2 - 6.2^x + 5 = 0$$

Soluções:

$$2^x = 1 \ ou \ 2^x = 5$$
$$\to 2^x = 2^0 \to x = 0$$

$$\to 2^x = 5 \to \log 2^x = \log 5 \to x.\log 2 = \log 5 \to x$$
$$= \frac{\log 5}{\log 2} = \frac{\log 10 - \log 2}{\log 2}$$
$$x = \frac{1 - 0,3}{0,3} = \frac{0,7}{0,3} = \frac{7}{3}$$

Assim, a soma das raízes é dada por:

$$0 + \frac{7}{3} = \frac{7}{3}$$

2015.1

3) A raiz da equação $3^{x-1} + 4.3^x + 3^{x+1} = 22\sqrt{3}$ é um número

a) inteiro positivo.
b) inteiro negativo.
c) irracional.
d) racional positivo não inteiro.
e) racional negativo não inteiro.

RESOLUÇÃO:

$$3^{x-1} + 4.3^x + 3^{x+1} = 22\sqrt{3}$$
$$\to \frac{3^x}{3} + 4.3^x + 3.3^x = 22\sqrt{3}$$
$$\to 3^x + 12.3^x + 9.3^x = 66\sqrt{3}$$
$$\to 22.3^x = 66\sqrt{3} \to 3^x = 3\sqrt{3} = 3^1.3^{\frac{1}{2}}$$
$$3^x = 3^{\frac{3}{2}} \to x = \frac{3}{2}$$

5) Estima-se que, em 2024, a renda per capita de um país seja o dobro de seu valor em 2014. Considerando que essa renda per capita cresce anualmente em progressão geométrica, pode-se afirmar que a razão dessa progressão é:

a) 1,1
b) 1,079
c) 1,072
d) 1,064
e) 1,057

Use a seguinte tabela:

x	0,08	0,09	0,10	0,11	0,12
2^x	1,057	1,064	1,072	1,079	1,087

RESOLUÇÃO:

Em 2014: r
Em 2024: $2r$
Razão da PG: q
Então:

$$2r = r.q^{10} \to q^{10} = 2 \to q = 2^{\frac{1}{10}} = 2^{0,10}$$

Da tabela:

$$q = 1{,}072$$

2018.1

9) O patrimônio líquido (PL) de um investidor cresce exponencialmente de forma que daqui a t anos ele será igual a $P(t) = A.e^{0,06t}$, em que A é o PL inicial. Se tomarmos um intervalo de tempo de 2 anos, o aumento porcentual do PL entre o início e o fim desse período será de

Use a tabela abaixo:

x	0	0,06	0,12	0,24	0,96	1,06	1,12
e^x	1	1,0618	1,1275	1,2712	2,6117	2,8864	3,0649

a) 12,75%
b) 27,12%
c) 26,12%
d) 28,86%
e) 30,65%

RESOLUÇÃO:

Início:

$$A$$

Fim:

$$A.e^{0,06.2} = A.e^{0,12} = 1{,}1275A$$

$$\Delta\% = \frac{1{,}1275A - A}{A} = 0{,}1275 = 12{,}75\%$$

2018.2

14) Em determinado estado, a quantidade máxima de álcool no sangue, permitida para dirigir, é 0,06 miligrama por ml de sangue. Logo após ingerir um copo cheio de certa bebida alcoólica, a quantidade de álcool no sangue de uma pessoa sobe para 0,3 miligrama por ml de sangue.

Suponha que a quantidade de álcool no sangue desta pessoa decresça exponencialmente com o tempo de forma que, a cada hora, a quantidade de álcool por ml se reduza à metade, isto é, $Q(x) = 0{,}3.(0{,}5)^x$, em que xé a variável tempo medido em horas a partir de zero (momento da ingestão da bebida) e $Q(x)$ é a quantidade de álcool no sangue no momento x.

Depois de quanto tempo, após o consumo da bebida, a pessoa poderá voltar a dirigir?

Adote para log 2 o valor 0,3.

a) 125 minutos.
b) 130 minutos.
c) 140 minutos.
d) 120 minutos.
e) 135 minutos.

(11) 99771-6133
bne_edu

RESOLUÇÃO:

$$0{,}06 = 0{,}3.(0{,}5)^x \rightarrow 6 = 30(0{,}5)^x \rightarrow \frac{1}{5} = (0{,}5)^x$$

$$\rightarrow 5^{-1} = (0{,}5)^x$$

$$-\log 5 = xlog(0{,}5) \rightarrow -\log\left(\frac{10}{2}\right) = x\left(\log\frac{1}{2}\right)$$

$$\rightarrow -[\log 10 - \log 2] = x[\log 1 - \log 2]$$

$$-(1 - 0{,}3) = x(0 - 0{,}3)$$

$$x = \frac{7}{3}\ h$$

$$x = \frac{7}{3}.60 = 140\ min$$

2019.1

6) Estima-se que o número de elementos de uma população cresça exponencialmente a uma taxa anual de 20% a partir de hoje. Daqui a quantos anos ela terá crescido 900% em relação ao número de elementos de hoje?

Observação: Uma população cresce exponencialmente, a uma taxa anual t, quando daqui a x anos o seu número de elementos é $Y = N(1+t)^X$, em que N é o número de elementos de hoje.

Resolva adotando para log 2 e log 3 os valores 0,30 e 0,48, respectivamente.

a) 12,1
b) 12,5
c) 13,3
d) 12,9
e) 13,7

RESOLUÇÃO:

$$10N = N(1{,}2)^t \rightarrow 10 = (1{,}2)^t \rightarrow \log 10 = \log(1{,}2^t) = t.\log 1{,}2$$

$$1 = t\left(\log\frac{12}{10}\right) = t(2\log 2 + \log 3 - 1)$$

$$1 = t(2.0{,}3 + 0{,}48 - 1)$$

$$t = \frac{1}{0{,}08} = 12{,}5$$

2019.2

5) Um número expresso em notação científica é da forma a.10^n em que a pertence ao intervalo [1,10) e n é um número inteiro.

Escreva o número 5^{500} em notação científica. Use as aproximações: $log 2 = 0{,}301\ e\ \sqrt{10} = 3{,}162$

RESOLUÇÃO:

$$x = 5^{500} \rightarrow \log x = \log(5^{500}) = 500\log 5$$

$$= 500\log\left(\frac{10}{2}\right) = 500(\log 10 - \log 2)$$

$$\rightarrow \log x = 500(1 - 0{,}301) = 500.0{,}699 = 349{,}5$$

$$= 349 + \frac{1}{2}$$

$$\rightarrow x = 10^{349+\frac{1}{2}} = 10^{349}.10^{\frac{1}{2}} = \sqrt{10}.10^{349}$$

$$\therefore x = 3{,}162.10^{349}$$

7) Determine os dois valores de x, em graus e inteiros, mais próximos de 2011°, um menor que 2011° e o outro maior que 2011°, que satisfazem a equação:$2^{sen^2x} + 2^{cos^2x} = 2\sqrt{2}$

RESOLUÇÃO:

$$2^{sen^2x} + 2^{cos^2x} = 2\sqrt{2} \rightarrow 2^{sen^2x} + 2^{1-sen^2x} = 2\sqrt{2}$$

$$\rightarrow 2^{sen^2x} + \frac{2}{2^{sen^2x}} = 2\sqrt{2}$$

Tomando $y = 2^{sen^2x}$

$$y + \frac{2}{y} = 2\sqrt{2} \rightarrow y^2 - 2\sqrt{2}y + 2 = 0$$

$$y = \frac{2\sqrt{2} \pm \sqrt{8-8}}{2} = 2\sqrt{2} \rightarrow 2^{sen^2x} = \sqrt{2} = 2^{\frac{1}{2}}$$

$$\rightarrow sen^2x = \frac{1}{2} \rightarrow senx = \pm\frac{\sqrt{2}}{2} \rightarrow x = 45° + n.90°$$

Com $n \in \mathbb{N}$:

$$45° + n.90° > 2011° \rightarrow n > 21{,}8 \rightarrow n = 22$$
$$x_1 = 45° + 22.90° = 2025°$$
$$45° + n.90° < 2011° \rightarrow n < 21{,}8 \rightarrow n = 21$$
$$x_2 = 45° + 21.90° = 1935°$$

(11) 99771-6133
bne_edu

2020.2

9) Dadas as funções $f(x) = 2^{2x}$ e $g(x) = 5x$, para que valor de x ocorre a relação $f[g(x)] = g[f(x)]$

Use, se necessário, a tabela abaixo:

x	2	3	7
log(x)	0,30	0,48	0,85

a) 7/24
b) 6/23
c) 5/22
d) 3/20
e) 4/21

RESOLUÇÃO:

$$f(x) = 2^{2x} = 4^x$$
$$g(x) = 5x$$
$$f(g(x)) = 4^{5x} = 2^{10x}$$
$$g(f(x)) = 5.4^x = 5.2^{2x} = 5(2^x)^2$$

Do enunciado, queremos:

$$2^{10x} = 5(2^x)^2 \rightarrow \log_2 2^{10x} = \log_2 5.2^{2x} \rightarrow 10x = \log_2 5 + 2x$$

$$8x = \log_2 5 = \log_2\left(\frac{10}{2}\right) = \log_2 10 - 1$$

$$= \frac{1}{\log_{10} 2} - 1$$

$$8x = \frac{1}{\log 2} - 1 = \frac{1}{0{,}30} - 1 = \frac{10}{3} - 1 = \frac{7}{3}$$

$$x = \frac{7}{24}$$

GEOMETRIA ANALÍTICA

2012.2

2) Em um paralelogramo, as coordenadas de três vértices consecutivos são, respectivamente, (1, 4), (−2, 6) e (0, 8).

A soma das coordenadas do quarto vértice é:

a) 8
b) 9
c) 10
d) 11
e) 12

RESOLUÇÃO:

Como se trata de um paralelogramo, o ponto médio da diagonal AC é o mesmo da diagonal BD, M:

$$M = \frac{A + C}{2} = \frac{B + D}{2} \rightarrow \frac{(1{,}4) + (0{,}8)}{2} = \frac{(-2{,}6) + D}{2}$$

$$D = (3{,}6)$$

Portanto, a soma das coordenadas do ponto D é $3 + 6 = 9$.

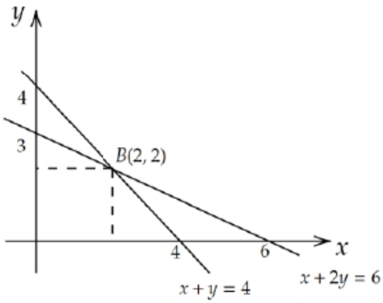
5) Considere a região do plano cartesiano cujos pontos satisfazem simultaneamente as inequações:

$$\begin{cases} x + 2y \leq 6 \\ x + y \leq 4 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

A área dessa região é:

a) 6
b) 7
c) 8
d) 9
e) 10

RESOLUÇÃO:



As coordenadas do ponto B são:

$$\begin{cases} x+y=4 \\ x+2y=6 \end{cases} \rightarrow x_B = 2, y_B = 2$$

Assim:

$$A_{OABC} = A_{\Delta OAB} + A_{\Delta OBC} = \frac{4.2}{2} + \frac{3.2}{2} = 7$$

10) Uma indústria química produz dois produtos A e B em quantidades diárias x e y respectivamente. As quantidades x e y expressas em toneladas relacionam-se pela equação $\frac{x^2}{400} + \frac{y^2}{100} = 1$. A máxima quantidade do produto A que a empresa consegue produzir diariamente é:

a) 5 toneladas
b) 10 toneladas
c) 15 toneladas
d) 20 toneladas
e) 25 toneladas

RESOLUÇÃO:

A equação $\frac{x^2}{400} + \frac{y^2}{100} = 1$ representa uma elipse de centro na origem e extremos $(20{,}0), (-20{,}0), (0{,}10), (0,-10)$.

A quantidade do produto A é máxima quando a quantidade do produto B for mínima ($y = 0$), no caso:

$$Para\ y = 0 \rightarrow x = 20$$

2013.1

12) No plano cartesiano, há duas retas paralelas à reta de equação 3x + 4 y + 60 = 0 e que tangenciam a circunferência $x^2 + y^2 = 4$. Uma delas intercepta o eixo y no ponto de ordenada

a) 2,9
b) 2,8
c) 2,7
d) 2,6
e) 2,5

RESOLUÇÃO:

Reta paralela à $3x + 4y + 60 = 0$

$$3x + 4y + n = 0$$

Tangente à circunferência, distância da reta ao centro igual ao raio:

$$\frac{|3.0 + 4.0 + m|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = 2 \rightarrow |m| = 10$$

$$m = \pm 10$$

As possíveis retas são:

$$3x + 4y + 10 = 0 \quad e \quad 3x + 4y - 10 = 0$$

A primeira intercepta o eixo y no ponto $-\frac{5}{2}$ e a segunda no ponto $\frac{5}{2} = 2{,}5$

15) No plano cartesiano, considere o triângulo de vértices 1(A 4), (B 4,5) e (C 6,2). A reta suporte da altura relativa ao lado AC intercepta o eixo x no ponto de abscissa

a) 2
b) 2,2
c) 2,4
d) 2,6
e) 2,8

RESOLUÇÃO:

Reta suporte ao lado AC, r:

$$m_r = \frac{2-4}{6-1} = -\frac{2}{5}$$

Reta suporte à altura, s, é perpendicular à r:

$$m_s . m_r = -1 \rightarrow m_s = \frac{5}{2}$$

Reta s passa por B:

$$y - 5 = \frac{5}{2}(x-4)$$

Esta reta corta o eixo das abscissas no ponto:

$$0 - 5 = \frac{5}{2}(x-4) \rightarrow x = 2$$

2013.2

1) No plano cartesiano, a reta (r) intercepta os eixos x e y nos pontos (5,0) e (0,2); a reta) s(intercepta os eixos nos pontos (1,0) e (0,-1).

O ponto **P** de intersecção das retas (r) e (s) tem coordenadas cuja soma é

a) $\frac{21}{9}$
b) $\frac{22}{8}$
c) $\frac{23}{7}$
d) $\frac{24}{6}$
e) $\frac{25}{5}$

RESOLUÇÃO:

Reta r:

$$\begin{vmatrix} x & y & 1 \\ 0 & 2 & 1 \\ 5 & 0 & 1 \end{vmatrix} = 0 \rightarrow 2x + 5y - 10 = 0$$

Reta s:

$$\begin{vmatrix} x & y & 1 \\ 0 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{vmatrix} = 0 \rightarrow x - y - 1 = 0$$

$$\begin{cases} 2x + 5y - 10 = 0 \\ x - y - 1 = 0 \end{cases} \rightarrow x = \frac{15}{7}, y = \frac{8}{7}$$

Assim, $P\left(\frac{15}{7}, \frac{8}{7}\right)$. Soma das coordenadas:

$$\frac{15}{7} + \frac{8}{7} = \frac{23}{7}$$

12) No plano cartesiano, o ponto P de coordenadas (7,1) pertence à circunferência de equação $x^2 + y^2 - 6x - 8y = 0$. A reta tangente à circunferência, passando por **P**, intercepta o eixo das abscissas no ponto

a) $\left(\frac{25}{4}, 0\right)$
b) $(6,0)$
c) $\left(\frac{23}{4}, 0\right)$
d) $\left(\frac{22}{4}, 0\right)$
e) $\left(\frac{21}{4}, 0\right)$

RESOLUÇÃO:

$$x^2 + y^2 - 6x - 8y = 0$$

$$\rightarrow Centro: C\left(-\left(-\frac{6}{2}\right), -\left(-\frac{8}{2}\right)\right) \rightarrow C(3,4)$$

Coeficiente angular da reta PC:

$$m_{PC} = \frac{1-4}{7-3} = -\frac{3}{4}$$

A reta PC é perpendicular à reta t, tangente à circunferência:

$$m_t . m_{PC} = -1 \rightarrow m_t = \frac{4}{3}$$

$$y - y_P = m_t . (x - x_P) \rightarrow y - 1 = \frac{4}{3}(x - 7)$$

Para $y = 0$:

$$0 - 1 = \frac{4}{3}(x-7) \rightarrow x = \frac{25}{4}$$

O ponto pedido é $\left(\frac{25}{4}, 0\right)$

2014.1

4) No plano cartesiano, há dois pontos R e S pertencentes à parábola de equação $y = x^2$ e que estão alinhados com os pontos A(0,3) e B(4,0).

A soma das abscissas dos pontos R e S é:

a) -0,45
b) -0,55
c) -0,65
d) -0,75
e) -0,85

RESOLUÇÃO:

Pontos alinhados:

$R(x_1, x_1^2), A(0,3), S(x_2, x_2^2)$ e $B(4,0)$:

$$\begin{vmatrix} x & x^2 & 1 \\ 0 & 3 & 1 \\ 4 & 0 & 1 \end{vmatrix} = 0 \rightarrow 4x^2 + 3x - 12 = 0$$

Soma das raízes:

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = -\frac{3}{4} = -0{,}75$$

5) No plano cartesiano, uma circunferência tem centro $C(5,3)$ e tangencia a reta de equação $3x + 4y - 12 = 0$. A equação dessa circunferência é:

$$x^2 + y^2 - 10x - 6y + 25 = 0$$
$$x^2 + y^2 - 10x - 6y + 36 = 0$$
$$x^2 + y^2 - 10x - 6y + 49 = 0$$
$$x^2 + y^2 + 10x + 6y + 16 = 0$$
$$x^2 + y^2 + 10x + 6y + 9 = 0$$

RESOLUÇÃO:

O raio da circunferência é a distância do ponto $C(5,3)$ à reta $3x + 4y - 12 = 0$

$$r = \frac{|3.5 + 4.3 - 12|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = 3$$

Assim:

$$(x-5)^2 + (y-3)^2 = 3^2$$
$$\rightarrow x^2 + y^2 - 10x - 6y + 25 = 0$$

15) Os pontos A(3,–2) e C(–1,4) do plano cartesiano são vértices de um quadrado $ABCD$ cujas diagonais são $\overline{AC}$ e $\overline{BD}$. A reta suporte da diagonal $\overline{BD}$ intercepta o eixo das ordenadas no ponto de ordenada:

a) 2/3
b) 3/5
c) 1/2
d) 1/3
e) 0

RESOLUÇÃO:

Seja E o ponto médio da diagonal AC, E também é ponto médio da diagonal BD

$$E = \frac{A + C}{2} = \frac{(3,-2) + (-1,4)}{2} = (1,1)$$

Coeficiente angular da reta AC:

$$m_{AC} = \frac{y_C - y_A}{x_C - x_A} = -\frac{3}{2}$$

Como BD e AC são perpendiculares:

$$m_{BD}.m_{AC} = -1 \rightarrow m_{BD} = \frac{2}{3}$$

Equação da reta BD:

$$y - y_E = m_{BD}(x - x_E) \rightarrow y - 1 = \frac{2}{3}(x-1)$$

Então, BD intercepta o eixo das ordenadas $(x = 0)$ no ponto de ordenada:

$$y = \frac{1}{3}$$

2014.2

2) No plano cartesiano, qual dos pontos abaixo é exterior à circunferência de equação $x^2 + y^2 - 4x + 6y - 12 = 0$?

a) (0,0)
b) (–1,–1)
c) (2,2)
d) (2,1)
e) (1,2)

RESOLUÇÃO:

$$x^2 + y^2 - 4x + 6y - 12 = 0 \rightarrow (x-2)^2 + (y+3)^2 = 5^2$$

Circunferência de centro $(2,-3)$ e raio 5

O ponto $(1,2)$ é externo à circunferência pois sua distância ao centro $(2,-3)$ é maior que o raio:

$$\sqrt{(2-1)^2 + (-3-2)^2} = \sqrt{26} > 5$$

13) No plano cartesiano, a reta (r) de equação $y + kx = 2$ é perpendicular à reta (s) que passa pela origem e pelo ponto (−5 1).

O ponto de intersecção das retas (r) e (s) tem abscissa

a) $-\frac{5}{13}$
b) $-\frac{4}{13}$
c) $-\frac{3}{13}$
d) $-\frac{2}{13}$
e) $-\frac{1}{13}$

RESOLUÇÃO:

Reta s passa pela origem e pelo ponto $(-5,1)$:

$$m_s = \frac{(1-0)}{-5-0} = -\frac{1}{5}$$

$$y - 0 = -\frac{1}{5}(x-0) \rightarrow y = -\frac{x}{5}$$

Reta r perpendicular à s:

$$m_r . m_s = -1 \rightarrow m_r = 5 \rightarrow k = -5$$

Assim:

$$r: y - 5x = 2$$

O ponto de intersecção das duas retas é:

$$\begin{cases} y = -\frac{x}{5} \\ y - 5x = 2 \end{cases} \rightarrow x = -\frac{5}{13}\ e\ y = \frac{1}{13}$$

2015.1

4) No plano cartesiano, a reta que passa pelos pontos A (1, 2) e B (2, 4) intercepta a reta de equação x −3y =1no ponto P. A soma das coordenadas de P é:

a) $-\frac{1}{5}$
b) $-\frac{2}{5}$
c) $-\frac{3}{5}$
d) $-\frac{4}{5}$
e) -1

RESOLUÇÃO:

Reta que passa por $(1,2)$ e $(2,4)$:

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 1 \\ x & y & 1 \end{vmatrix} = 0 \rightarrow y = 2x$$

P é o ponto de intersecção das retas:

$$y = 2x, x - 3y = 1$$

$$\begin{cases} y = 2x \\ x - 3y = 1 \end{cases} \rightarrow P\left(-\frac{1}{5}, -\frac{2}{5}\right)$$

A soma das coordenadas de P:

$$-\frac{1}{5} - \frac{2}{5} = -\frac{3}{5}$$

10) Seja P(m n,)o ponto pertencente à circunferência de equação $x^2 + y^2 - 6x - 4y + 12 = 0$ e que tem ordenada mínima.

O produto m.n vale:

a) 2
b) 2,25
c) 2,5
d) 2,75
e) 3

RESOLUÇÃO:

$$x^2 + y^2 - 6x - 4y + 12 = 0$$

$$\rightarrow x^2 - 6x + 9 + y^2 - 4y + 4 = -12 + 9 + 4$$

$$(x-3)^2 + (y-2)^2 = 1$$

Portanto, circunferência de centro $(3,2)$ e raio 1.

Assim, o ponto $P(m,n)$ que pertence à circunferência e tem ordenada mínima é $P(3,1)$:

$$m = 3, n = 1 \rightarrow m.n = 3$$

2015.2

3) No plano cartesiano, as retas de equações $2x + y = -1$, $x - y - 4 = 0$ e $2x + my = 7$ concorrem em um mesmo ponto. O valor de m é:

a) $-\frac{1}{3}$
b) $-\frac{2}{3}$
c) -1
d) $-\frac{4}{3}$
e) $-\frac{5}{3}$

RESOLUÇÃO:

Retas:

$$r: 2x + y = -1$$

$$s: x - y - 4 = 0$$

$$t: 2x + my = 7$$

Ponto de intersecção de r e s:

$$\begin{cases} 2x + y = -1 \\ x - y - 4 = 0 \end{cases} \rightarrow x = 1, y = -3$$

Este ponto também pertence à reta t:

$$2.1 + m.(-3) = 7 \rightarrow m = -\frac{5}{3}$$

4) No plano cartesiano, o triângulo equilátero ABC é tal que o vértice

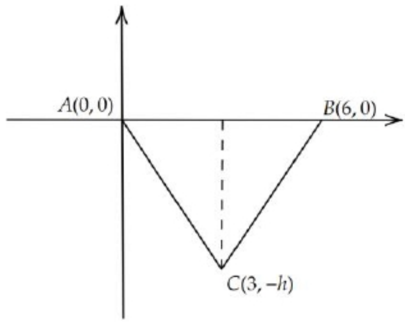
- A é a origem;
- B tem coordenadas $(6, 0)$;
- C pertence ao quarto quadrante.

Nessas condições, a reta que passa por B e C intercepta o eixo das ordenadas no ponto de ordenada:

a) $-\frac{9\sqrt{3}}{2}$
b) $-5\sqrt{3}$
c) $-\frac{11\sqrt{3}}{2}$
d) $-6\sqrt{3}$
e) $-\frac{13\sqrt{3}}{2}$

RESOLUÇÃO:

Se C pertence ao quarto quadrante, então $x_C > 0$ e $y_C < 0$



Da figura, $x_C = 3$ e $y_C = -h$, em que h é a altura do triângulo equilátero de lado 6. Portanto:

$$h = \frac{6\sqrt{3}}{2} = 3\sqrt{3} \rightarrow C = (3, -3\sqrt{3})$$

Reta que passa por B e C:

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{\left(0 - (-3\sqrt{3})\right)}{6 - 3} = \sqrt{3}$$

$$y - 0 = \sqrt{3}(x - 6) \rightarrow y = \sqrt{3}(x - 6)$$

Quando $x = 0$:

$$y = \sqrt{3}(0 - 6) = \rightarrow y = -6\sqrt{3}$$

11) Considere os pontos $A(3, 2)$ e $B(6, -1)$ do plano cartesiano. Seja P um ponto do eixo das abscissas tal que a reta AP seja perpendicular à reta BP. As abscissas possíveis de P têm por soma o número:

a) 11
b) 9
c) 12
d) 8
e) 10

RESOLUÇÃO:

P está no eixo das abscissas: $P(x,0)$

As retas AP e BP são perpendiculares:

$$m_{AP}.m_{BP}=-1\rightarrow\frac{0-2}{x-3}.\frac{0-(-1)}{x-6}=-1$$
$$\rightarrow x^2-9x+16=0$$

Assim, os possíveis valores das abscissas de P tem soma igual a:

$$-\frac{-9}{1}=9$$

2016.1

9) O comprimento do segmento determinado pelos pontos de intersecção das parábolas de equações $y=x^2-8x+3\;e\;y=-4^2+2x+3$ é:

a) $2\sqrt{37}$
b) $3\sqrt{41}$
c) $\frac{7}{2}\sqrt{43}$
d) $\frac{5}{2}\sqrt{39}$
e) $4\sqrt{45}$

RESOLUÇÃO:

$$x^2-8x+3=-4x^2+2x+3\rightarrow 5x^2-10x=0$$
$$\rightarrow x=0\;ou\;x=2$$

Se $x=0\rightarrow y=3$

Se $x=2\rightarrow y=-9$

Portanto, os pontos são:

$$(0,3)\quad e\quad (2,-9)$$

Distância entre os pontos:

$$\sqrt{(0-2)^2+\left(3-(-9)\right)^2}=\sqrt{148}=2\sqrt{37}$$

12) O ponto da reta $x-3y=5$ que é mais próximo ao ponto (1,3) tem coordenadas cuja soma é:

a) 1,6
b) 1,2
c) 1,0
d) 1,4
e) 0,8

RESOLUÇÃO:

O ponto da reta r mais próximo do ponto P é o ponto de intersecção entre a reta r e uma reta que passa por P e é perpendicular à r. Este ponto pode ser visto como a projeção de P sobre a reta r.

Coeficiente angular da reta r:

$$m_r=\frac{1}{3}$$

Reta s perpendicular à r:

$$m_s.m_r=-1\rightarrow m_s=-3$$

Reta s passa por P:

$$y-3=-3(x-1)\rightarrow 3x+y=6$$

Ponto de intersecção entre r e s:

$$\begin{cases}x-3y=5\\3x+y=6\end{cases}\rightarrow x=\frac{23}{10}\;e\;y=-\frac{9}{10}$$

Soma das coordenadas deste ponto:

$$\frac{23}{10}-\frac{9}{10}=\frac{14}{10}=1{,}4$$

11) Os pontos de coordenadas (x,y) do plano cartesiano que satisfazem a equação matricial $[x\quad y]\begin{bmatrix}2&4\\-4&2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x\\y\end{bmatrix}=[1]$ representam:

a) uma elipse com centro no ponto (0,0).
b) um par de retas paralelas com declividade − 3.
c) uma hipérbole com um dos focos de coordenadas (−3,0).
d) uma circunferência de raio 22.
e) uma parábola com concavidade voltada para cima.

RESOLUÇÃO:

$$[x \quad y]\begin{bmatrix} 2 & 4 \\ -4 & 2 \end{bmatrix}.\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = [1]$$

$$\rightarrow [2x-4y \quad 4x+2y].\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = 1$$

$$\therefore 2x^2+2y^2 = 1 \rightarrow x^2+y^2 = \frac{1}{2} = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2$$

Circunferência centrada na origem e raio $\frac{\sqrt{2}}{2}$

2016.2

5) No plano cartesiano, a reta de equação $3x + 4y = 17$ tangencia uma circunferência de centro no ponto (1,1).

A equação dessa circunferência é:

$x^2+y^2-2x-2y-4=0$

$x^2+y^2-2x-2y-2=0$

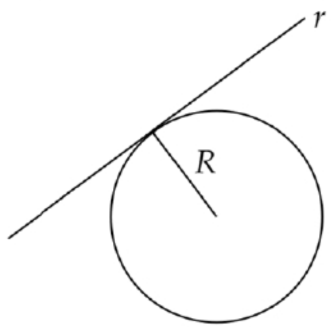
$x^2+y^2-2x-2y-5=0$

$x^2+y^2-2x-2y-3=0$

$x^2+y^2-2x-2y-1=0$

RESOLUÇÃO:

O raio da circunferência de centro $(1,1)$ é igual à distância da reta r, tangente, ao centro da circunferência.



$$R = \frac{|3.1+4.1-17|}{\sqrt{3^2+4^2}} = 2$$

Portanto:

$$(x-1)^2+(y-1)^2 = 2^2$$

$$\rightarrow x^2-2x+1+y^2-2y+1 = 4$$

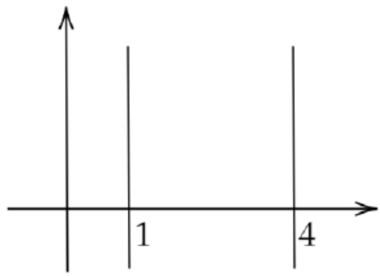
$$x^2+y^2-2x-2y-2 = 0$$

Questão 2:

$$x^2-5x+4 = 0 \rightarrow (x-1)(x-4) = 0$$

$$\rightarrow x = 1 \; ou \; x = 4$$

A solução de $x = 1$ ou $x = 4$ é um par de retas verticais, portanto, paralelas



2017.1

3) Os pares (x, y) dados abaixo pertencem a uma reta (r) do plano cartesiano:

x	-4	-2	0	2	4
y	-24	-14	-4	6	16

Podemos afirmar que

a) a reta (r) intercepta o eixo das abscissas no ponto de abscissa -4.
b) o coeficiente angular da reta (r) é -5.
c) a reta (r) determina com os eixos cartesianos um triângulo de área 1,6.
d) Y será positivo se, e somente se, $x > \frac{-4}{5}$
e) a reta (r) intercepta o eixo das ordenπadas no ponto de abscissa $\frac{4}{5}$.

RESOLUÇÃO:

$$\begin{vmatrix} x & y & 1 \\ 2 & 6 & 1 \\ 0 & -4 & 1 \end{vmatrix} = 0 \rightarrow y = 5x - 4$$

Intercepta os eixos nos pontos $(0,-4)$ e $\left(\frac{4}{5},0\right)$

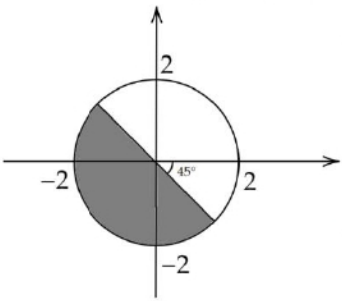
Area do triângulo:

$$\frac{1}{2}\left\|\begin{matrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & -4 & 1 \\ \frac{4}{5} & 0 & 1 \end{matrix}\right\| = \frac{1}{2}.\frac{16}{5} = \frac{16}{10} = 1{,}6$$

7) No plano cartesiano, a região determinada pelas inequações simultâneas $x^2 + y^2 \leq 4$ e $x + y \leq$ tem área igual a:

a) 2π
b) 2,5π
c) 3π
d) 3,5π
e) 4π

Região delimitada pelas inequações:



Portanto:

$$A = \frac{1}{2}.\pi(2)^2 = 2\pi$$

2017.2

12) O ponto P do plano cartesiano tem as seguintes características:

- Pertence ao 4º quadrante.
- Pertence à reta de equação $4x + y = 1$.
- Dista 5 do eixo das abscissas.

A distância de P à origem é igual a:

a) $\frac{\sqrt{109}}{2}$
b) $\frac{\sqrt{117}}{2}$
c) $\frac{\sqrt{113}}{2}$
d) $\frac{115}{2}$
e) $\frac{\sqrt{111}}{2}$

RESOLUÇÃO:

Como P está no 4° quadrante e sua distância até o eixo das abscissas é 5, então $y_P = -5$

P está na reta dada, então:

$$4x_P + (-5) = 1 \rightarrow x_P = \frac{3}{2}$$

Assim, a distância de P até a origem:

$$d = \sqrt{\left(\frac{3}{2}\right)^2 + (-5)^2} = \frac{\sqrt{109}}{2}$$

13) No plano cartesiano, uma circunferência tem centro no ponto $C(-3,2)$ e tangencia o eixo das ordenadas.

A circunferência intercepta o eixo das abscissas em dois pontos cuja soma das abscissas é:

a) − 5,5
b) − 5,4
c) − 5
d) − 4
e) − 6

(11) 99771-6133
bne_edu
bne_edu

RESOLUÇÃO:

Como a circunferência tangencia o eixo y e seu centro é dado por $(-3,2)$, então $R = 3$. Portanto:

$$(x+3)^2 + (y-2)^2 = 3^2$$

Para $y = 0$ (intercepta o eixo das abscissas):

$$(x+3)^2 + (-2)^2 = 9 \rightarrow (x+3)^2 = 5$$

$$x + 3 = \pm\sqrt{5}$$

$$x = \pm\sqrt{5} - 3$$

Assim:

$$x_1 + x_2 = +\sqrt{5} - 3 - \sqrt{5} - 3 = -6$$

14) Dados em um plano um ponto F chamado foco e uma reta d chamada diretriz em que o ponto F não pertence à reta d, chamamos de parábola ao conjunto dos pontos desse plano que estão à mesma distância de F e da reta d.

O ponto $P(3, m)$ do plano cartesiano pertence a uma parábola cujo foco é o ponto $F(2,4)$ e cuja diretriz é a reta de equação $x = -2$.

Os possíveis valores de m têm por soma o número:

a) 10
b) 8
c) 11
d) 9
e) 7

O ponto P está na parábola, então a distância de P até F é igual a distância de P até a reta diretriz:

$$\sqrt{(3-2)^2 + (m-4)^2} = 3 - (-2)$$

$$\rightarrow 1 + (m-4)^2 = 25 \rightarrow m = 4 \pm \sqrt{24}$$

A soma dos possíveis valores de m:

$$4 + \sqrt{24} + 4 - \sqrt{24} = 8$$

15) A reta do feixe de paralelas $3x + 4y = c$ $(c \in R)$ que tangencia a circunferência de equação $x^2 + y^2 = 6$ em um ponto do 1º quadrante intercepta o eixo das ordenadas no ponto de ordenada:

a) $\frac{5\sqrt{6}}{4}$
b) $\frac{3\sqrt{6}}{2}$
c) $\frac{7\sqrt{6}}{4}$
d) $2\sqrt{6}$
e) $\frac{9\sqrt{6}}{4}$

RESOLUÇÃO:

Se a reta dada tangencia a circunferência, então sua distância ao centro da circunferência deve ser igual ao raio.

Centro: $(0,0)$

Raio: $R = \sqrt{6}$

$$\frac{|3.0 + 4.0 - c|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = \sqrt{6} \rightarrow c = \pm 5\sqrt{6}$$

São duas retas possíveis, uma delas tangencia superiormente e a outra inferiormente:

$$3x + 4y = \pm 5\sqrt{6}$$

Para $x = 0$

$$y = \pm\frac{5\sqrt{6}}{4}$$

Como a reta tangencia no 1° quadrante, então:

$$y = \frac{5\sqrt{6}}{4}$$

2018.1

5) Dados os pontos $A(5,2)$ e $B(-1,4)$ do plano cartesiano, seu ponto médio M pertence à reta de equação $4x + my - 17 = 0$.

A distância da origem a esta reta é:

a) 1,6
b) 2,9
c) 5,5
d) 4,2
e) 3,4

RESOLUÇÃO:

$$M = \frac{A+B}{2} = \frac{(5,2)+(-1,4)}{2} = (2,3)$$

Como M está na reta:

$$4.2 + m.3 - 17 = 0 \rightarrow m = 3$$

Portanto:

$$r: 4x + y - 17 = 0$$

$$d = \frac{|4.0 + 3.0 - 17|}{\sqrt{4^2+3^2}} = \frac{17}{5} = 3{,}4$$

13) No plano cartesiano, uma circunferência passa pelos pontos $(-1, 1)$ e $(2,2)$. Sabendo que o centro da circunferência pertence à reta $y = 3x$, pode-se concluir que a soma das coordenadas do centro é:

a) 2
b) 2,5
c) 4
d) 3,5
e) 3

RESOLUÇÃO:

Centro: $(a, 3a)$

$$\begin{cases}(-1-a)^2 + (1-3a)^2 = R^2 \\ (2-a)^2 + (2-3a)^2 = R^2\end{cases}$$

$$\rightarrow a^2 + 2a + 1 + 9a^2 - 6a + 1 = a^2 - 4a + 4 + 9a^2 - 12a + 4$$

$$12a = 6 \rightarrow a = \frac{1}{2}$$

Portanto, o centro é dado por:

$$\left(\frac{1}{2}, \frac{3}{2}\right) \rightarrow \frac{1}{2} + \frac{3}{2} = 2$$

2018.2

6) No plano cartesiano, dados os pontos $A(1,4)$ e $B(-3,2)$, a mediatriz do segmento $\overline{AB}$ intercepta a bissetriz dos quadrantes ímpares em um ponto cuja soma das coordenadas é:

a) $\frac{4}{5}$
b) $\frac{2}{3}$
c) $\frac{5}{6}$
d) $\frac{1}{2}$
e) $\frac{3}{4}$

RESOLUÇÃO:

Ponto médio entre A e B:

$$M = \frac{A+B}{2} = (-1,3)$$

Coeficiente angular do segmento AB:

$$m_{AB} = \frac{4-2}{1-(-3)} = \frac{1}{2}$$

Coeficiente angular da mediatriz (perpendicular ao segmento AB e passa por M):

$$m_{med} \cdot m_{AB} = -1 \longrightarrow m_{med} = -2$$

Equação da mediatriz:

$$y - 3 = -2(x - (-1)) \rightarrow y = -2x + 1$$

Bissetriz dos quadrantes ímpares:

$$y = x$$

No ponto de encontro:

$$x = -2x + 1 \rightarrow x = \frac{1}{3} \rightarrow y = \frac{1}{3}$$

Portanto:

$$x + y = \frac{1}{3} + \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$$

7) A região do plano cartesiano cujos pontos (x, y) satisfazem as relações simultâneas

$$(x-4)^2 + (y-3)^2 \leq 4 \text{ e}$$
$$x^2 + y^2 - 8x - 6y + 24 \leq 0$$

tem área igual a:

a) 3π
b) 4,5π
c) 4π
d) 5π
e) 3,5π

RESOLUÇÃO:

$$x^2 + y^2 - 8x - 6y + 24 \leq 0$$
$$\rightarrow x^2 - 8x + 16 + y^2 + 6y + 9 \leq -24 + 16 + 9$$
$$(x-4)^2 + (y-3)^2 \leq 1$$
$$\begin{cases} (x-4)^2 + (y-3)^2 \leq 1^2 \\ (x-4)^2 + (y-3)^2 \leq 2^2 \end{cases}$$

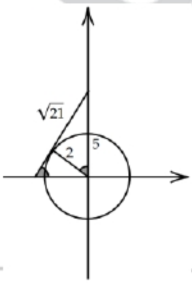
A solução para o sistema é um círculo de raio 1:

$$Área = \pi(1)^2 = \pi$$

15) No plano cartesiano, existem duas retas tangentes à circunferência $x^2 + y^2 = 4$ que passam pelo ponto $P(0{,}5)$. Uma destas retas tem coeficiente angular igual a

a) $\frac{\sqrt{17}}{2}$
b) $\frac{\sqrt{20}}{2}$
c) $\frac{\sqrt{19}}{2}$
d) $\frac{\sqrt{18}}{2}$
e) $\frac{\sqrt{21}}{2}$

RESOLUÇÃO:



Aplicando o teorema de Pitágoras do ponto P ao ponto de tangencia:

$$5^2 = 2^2 + d^2 \rightarrow d = \sqrt{21}$$

No mesmo triângulo:

$$tg\alpha = \frac{\sqrt{21}}{2}$$

Mas α é o mesmo ângulo que a reta faz com a horizontal (eixo x):

$$m = tg\alpha = \frac{\sqrt{21}}{2}$$

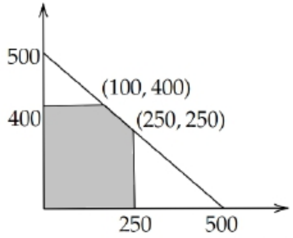
8) Uma empresa produz apenas dois tipos de sorvete, de creme e chocolate. A capacidade máxima de produção é de $500\ l$ de sorvete. A empresa pretende produzir , no máximo, $250\ l$ de sorvete de creme por dia e, no máximo, $400\ l$ de sorvete de chocolate por dia.

Sejam x e y os números de litros de sorvete de creme e chocolate, respectivamente, possíveis de serem produzidos diariamente. Admitindo que x e y possam assumir somente valores reais não negativos, representando-se graficamente no plano cartesiano os pares (x,y) possíveis, obtém-se uma região poligonal cuja soma das abscissas dos vértices é:

a) 650
b) 550
c) 600
d) 500
e) 700

RESOLUÇÃO:

$$x \leq 250, y \leq 400, x + y \leq 500$$



Os pontos que definem a região poligonal são:

$$(0{,}0), (0{,}400), (100{,}400), (250{,}250), (250{,}0)$$

Portanto, queremos:

$$0 + 0 + 100 + 250 + 250 = 600$$

2019.1

12) Os pontos $A(2, k)$ e $B(2k, 1)$ do plano cartesiano, com $k < 0$, estão alinhados com a origem.

O coeficiente angular da reta que contém esses pontos é:

a) $-\frac{1}{2}$
b) $-\frac{1}{3}$
c) $-\frac{1}{4}$
d) $-\frac{1}{5}$
e) -3

RESOLUÇÃO:

Cálculo do coeficiente angular da reta:

$$a = \frac{1-k}{2k-2} = \frac{1-k}{-2(1-k)} = -\frac{1}{2}$$

13) No plano cartesiano, considere a reta (r) de equação $\frac{x}{3} + \frac{y}{4} = 1$. A reta (s), paralela à reta (r) e passando pelo ponto $P(1{,}5)$, intercepta o eixo das abscissas no ponto de abscissa:

a) 4,25
b) 4,00
c) 4,50
d) 4,75
e) 5,00

RESOLUÇÃO:

Coeficiente angular da reta dada:

$$\frac{x}{3} + \frac{y}{4} = 1 \to y = -\frac{4}{3}x + 4 \to m = -\frac{4}{3}$$

A reta s possui o mesmo coeficiente angular devido ao paralelismo e passa pelo ponto $P(1{,}5)$, portanto:

$$y - 5 = -\frac{4}{3}(x - 1)$$

Para $y = 0$ (intercepta o eixo x):

$$0 - 5 = -\frac{4}{3}(x - 1) \to \frac{15}{4} = x - 1$$

$$\to x = \frac{19}{4} = 4{,}75$$

15) As retas $(r) mx - y = 5$ e $(s) 4x - my = 8$ do plano cartesiano serão concorrentes se, e somente se:

a) $m = 6$
b) $m = -14$
c) $m^2 \neq 4$
d) $m = 2$
e) $m \neq 8$

RESOLUÇÃO:

$$r: mx - y = 5 \to y = mx - 5$$

$$s: 4x - my = 8 \to y = \frac{4}{m}x - \frac{8}{m}$$

Se as retas são concorrentes, existe um ponto comum às duas retas:

$$mx - 5 = \frac{4}{m}x - \frac{8}{m} \to x\left(m - \frac{4}{m}\right) = 5 - \frac{8}{m}$$

Para que exista x:

$$m - \frac{4}{m} \neq 0 \to m \neq \frac{4}{m} \to m^2 \neq 4$$

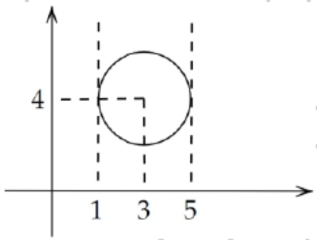
2019.2

13) No plano cartesiano, as retas $x = a$ e $x = b(a \neq b$ e $a, b \in R$ tangenciam a circunferência de equação. $x^2 + y^2 - 8x - 6y + 21 = 0$ é igual a

a) 5
b) 8
c) 7
d) 4
e) 6

RESOLUÇÃO:

$$x^2 + y^2 - 8x - 6y + 21 = 0$$
$$\rightarrow x^2 - 8x + 16 + y^2 - 6y + 9 + 21 = 16 + 9$$
$$(x-4)^2 + (y-3)^2 = 4 = 2^2$$



14) O lugar geométrico dos pontos $P\,(x, y)$ do plano cartesiano, que distam 2 da reta de equação $3x - 4y = 0$, intercepta o eixo das ordenadas em dois pontos cujo produto de suas ordenadas é:

a) $-\frac{25}{4}$
b) $-\frac{21}{4}$
c) -6
d) $-\frac{23}{4}$
e) $-\frac{11}{2}$

RESOLUÇÃO:

$$2 = \frac{|3x - 4y|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} \rightarrow |3x - 4y| = 10$$

$$3x - 4y = 10 \; ou \; 3x - 4y = -10$$

Intercepta o eixo y quando $x = 0$:

$$-4y = 10 \rightarrow y = -2{,}5$$

$$-4y = -10 \rightarrow y = 2{,}5$$

Produto:

$$(2{,}5)(-2{,}5) = -\frac{25}{4}$$

15) No plano cartesiano, considere o ponto P do primeiro quadrante que pertence à reta de equação $3x + 2y = 12$.

Considere também o retângulo $OAPB$ em que O é a origem e A e B são as projeções ortogonais de P nos eixos das abscissas e das ordenadas, respectivamente.

A área máxima do retângulo $OAPB$ é:

a) 7
b) 5,5
c) 6
d) 5
e) 6,5

RESOLUÇÃO:

Reta:

$$3x + 2y = 12 \rightarrow y = 6 - \frac{3x}{2}$$

Área:

$$A = xy = x\left(6 - \frac{3x}{2}\right) = -\frac{3}{2}x^2 + 6x$$

O máximo ocorre no vértice da função do segundo grau em x:

$$A_{máx} = -\frac{\Delta}{4a} = -\frac{6^2 - 0}{\frac{4.3}{2}} = 6$$

2020.1

10) Considere o sistema linear de equações, nas incógnitas x e y:

$$\begin{cases} x+2y=5 \\ 3x-y=-6 \\ 4x+y=m \end{cases}$$

Ele é possível e determinado para um único valor de m. Podemos afirmar que este valor é:

a) 1.
b) 3.
c) 0.
d) 2.
e) − 1.

RESOLUÇÃO:

$$M=\frac{A+B}{2}=(3{,}3)$$
$$m=\frac{1-5}{4-2}=-2$$

Coeficiente reta perpendicular:

$$m.m'=-1\rightarrow m'=\frac{1}{2}$$

Portanto:

$$y-3=\frac{1}{2}(x-3), y$$
$$=-x\ (bissetriz\ dos\ quadrantes\ pares)$$

Resolvendo o sistema:

$$x=-1$$

13) No plano cartesiano, a reta de equação $3x+4y=0$ determina, na circunferência $x^2+y^2-4x-2y-20=0$, uma corda cujo comprimento é:

a) $2\sqrt{22}$
b) $2\sqrt{18}$
c) $2\sqrt{20}$
d) $2\sqrt{21}$
e) $2\sqrt{19}$

RESOLUÇÃO:

$$3x+4y=0\rightarrow y=-\frac{3x}{4}$$
$$x^2+\frac{9x^2}{16}-4x+\frac{3x}{2}-20=0$$
$$\rightarrow 25x^2-40x-320=0$$
$$\therefore 5x^2-8x-64=0\rightarrow x=\frac{4\pm4\sqrt{21}}{5}$$
$$\Delta l=\sqrt{\Delta x^2+\Delta y^2}=\frac{5\Delta x}{4}$$
$$=\frac{5}{4}\left[\left(\frac{4+4\sqrt{21}}{5}\right)-\left(\frac{4-4\sqrt{21}}{5}\right)\right]=2\sqrt{21}$$

14) No plano cartesiano, considere a região determinada pelos pontos que satisfazem a relação $x^2+y^2-2x-2y-2\leq 0$. A distância máxima entre dois de seus pontos é:

a) 4,0
b) 3,7
c) 3,8
d) 3,6
e) 3,9

RESOLUÇÃO:

$$x^2+y^2-2x-2y-2\leq 0$$
$$\rightarrow x^2-2x+1+y^2-2y+1\leq 2+1+1=4$$
$$\therefore (x-1)^2+(y-1)^2\leq 2^2$$

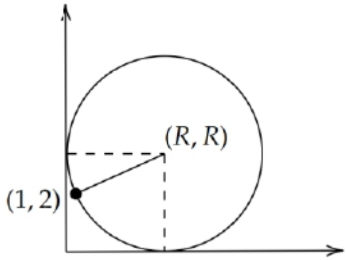
Se trata de um círculo de raio 2, portanto, a distância máxima entre dois pontos é o seu diâmetro, que é 4.

2020.2

11) Uma circunferência tem centro no 1º quadrante, tangencia os eixos cartesianos e passa pelo ponto de coordenadas (1, 2). Um possível valor de seu raio é:

a) 6
b) 5
c) 3
d) 4
e) 2

RESOLUÇÃO:



$$\sqrt{(R-1)^2+(R-2)^2}=R$$
$$\rightarrow R^2-2R+1+R^2-4R+4=R^2$$
$$R^2-6R+5=0$$

Raízes:

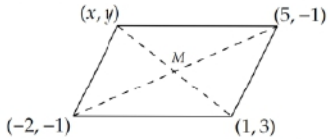
$$R=1 \quad ou \quad R=5$$

Como $R=1$ não faz sentido pela figura, $R=5$

12) No plano cartesiano, os pontos $A(-2,-1), B\ (1{,}3)\ e\ C(5,-1)$ são, nessa ordem, vértices consecutivos de um paralelogramo. O quarto vértice tem coordenadas cuja soma é:

a) -1
b) -3
c) -2
d) 0
e) -4

RESOLUÇÃO:



M é ponto médio de AC e BD:

$$M=\left(\frac{-2+5}{2},\frac{-1-1}{2}\right)=\left(\frac{3}{2},-1\right)$$

$$M=\left(\frac{x+1}{2},\frac{y+3}{2}\right)=\left(\frac{3}{2},-1\right)$$

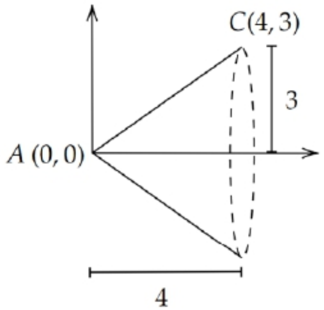
Portanto:

$$\frac{x+1}{2}=\frac{3}{2}\rightarrow x=2$$
$$\frac{y+3}{2}=-1\rightarrow y=-5$$
$$\therefore x+y=2-5=-3$$

13) Considere os pontos $A(0{,}0), B(4{,}0)\ e\ C(4{,}3)$ do plano cartesiano. Ao girarmos a região triangular ABC em torno do eixo das abscissas, obteremos um sólido de revolução cujo volume é:

a) 24π
b) 30π
c) 18π
d) 36π
e) 12π

RESOLUÇÃO:



Cone de raio 3 e altura 4:

$$V = \frac{1}{3}\pi(3)^2 4 = 12\pi$$

2022.1

4) Um robô explorador de terreno foi programado para executar os seguintes passos:

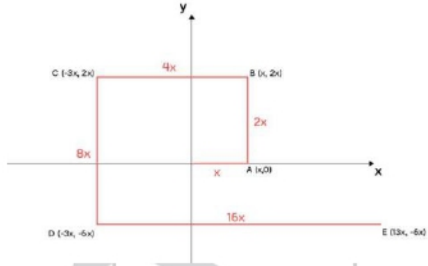
(1) Ande x metros em frente, em linha reta.
(2) Colha uma amostra do terreno.
(3) Gire 90° para a esquerda.
(4) Modifique o valor de x para $2x$.
(5) Volte para o passo (1) e repita a sequência de passos

Antes de começar a exploração, o valor inicial de x é ajustado para 1. O robô inicia então sua exploração e, depois de colher 5 amostras do terreno, fica sem bateria e para. A distância, em metros, do ponto de partida ao de parada do robô situa-se entre:

a) 21 e 22
b) 19 e 20
c) 15 e 16
d) 17 e 18
e) 14 e 15

RESOLUÇÃO:

Para colher 5 amostras, partindo da origem do sistema de coordenadas cartesianas, o trajeto pode ser ilustrado da seguinte maneira:



Para x = 1, tem − se:

$$d_{O,E} = \sqrt{(X_E - X_O)^2 + (Y_E - Y_O)^2}$$
$$d_{O,E} = \sqrt{(13 - 0)^2 + (-6 - 0)^2}$$
$$d_{O,E} = \sqrt{205}$$

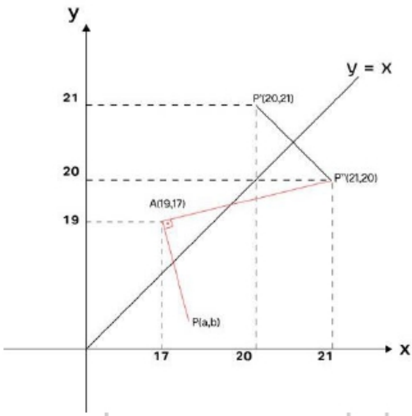
Como $14^2 = 196$ e $15^2 = 225$, a distância está entre 14 e 15.

15) O ponto $P(a, b)$ do plano cartesiano xy é submetido a uma rotação de 90° no sentido anti-horário em torno do ponto (17,19). O ponto obtido é, então, refletido na reta de equação $y = x$ obtendo-se o ponto (20, 21). O valor de $a + b$ é

a) 41
b) 36
c) 33
d) 32
e) 29

RESOLUÇÃO:

A partir do texto e começando pelo ponto final (20,21), tem-se:



A reflexão do ponto $P''(20,21)$ em relação à reta y = x gera o ponto $P'(21,20)$. A equação da reta de AP' é:

$$m_{ap'} = \frac{Y_A - Y_{P'}}{X_A - X_{P'}}$$

$$m_{ap'} = \frac{19-20}{17-21}$$

$$m_{ap'} = \frac{1}{4}$$

Sendo AP perpendicular a AP', temos:

$$m_{ap} = \frac{-1}{m_{ap'}}$$

$$m_{ap} = \frac{-1}{\frac{1}{4}} = -4$$

$$\overline{AP}: y - y_A = m_{ap} \cdot (X - X_A)$$

$$y - 19 = -4 \cdot (x - 17)$$

$$y = -4x + 87$$

A distância entre AP e AP' são iguais, logo:

$$d_{AP} = d_{AP'}$$

$$\sqrt{(A-17)^2 + (B-19)^2} = \sqrt{(21-17)^2 + (19-20)^2}.$$

Elevando os lados ao quadrado, iremos eliminar a raiz e desenvolvendo o produto notável, temos:

$$(A-17)^2 + (-4A + 87 - 19)^2 = 17.$$

Aplicando o produto notável novamente:

$$A^2 - 34A + 289 + 4624 - 544^a + 16A^2 = 17$$
$$17A^2 - 578A + 4896 = 0$$

Dividindo toda a equação por 17, temos:

$$A^2 - 34A + 288 = 0.$$

Desenvolvendo a equação por Bhaskara ou Soma/Produto, chegaremos em duas respostas cujos valores são 16 e 18. Como a rotação está no sentido anti-horário, o valor válido para a abscissa é 18 e para a ordenada é 15.

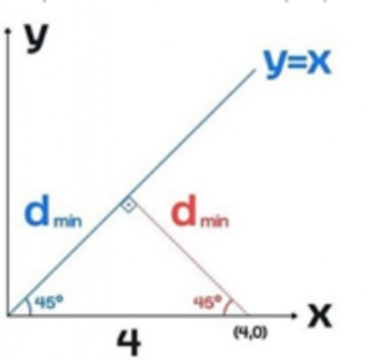
$$A + B = 18 + 15 = 33$$

2022.2

10) Considere o plano cartesiano com unidade de comprimento igual a um metro. Um móvel M parte da Origem O = (0,0) (no instante t = 0) e move-se ao longo da reta y = x com velocidade constante igual a 1 metro por segundo. Quanto tempo,em segundos, este móvel levará para alcançar o ponto de sua trajetória que está mais próximo do ponto P = (4,0)?

a) $2\sqrt{2}$
b) $\sqrt{2}$
c) $\sqrt{3}$
d) $2\sqrt{3}$
e) $3\sqrt{3}$

RESOLUÇÃO:



$$\frac{d_{min}}{4} = cos45° = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\frac{d_{min}}{4} = 2\sqrt{2}$$

$$\left.\begin{matrix} 1m \sim 1s \\ 2\sqrt{2}m \sim \Delta \end{matrix}\right\} \text{Regra de 3}$$

$$\Delta = 2\sqrt{2}s$$

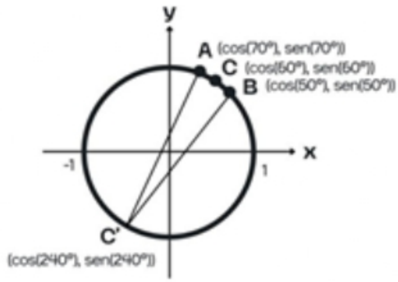
13) Considere a circunferência de equação $x^2 + y^2 = 1$ e os pontos $A = (cos\,70°, sen\,70°)$, $B = (cos°, sen\,50°)$ e $C = (cos\ t°, sen\ t°)$ pertencentes a ela. A soma dos valores de t, compreendidos entre 0 e 360, tais que o triângulo ABC seja isósceles é:

a) 240
b) 280
c) 320
d) 360
e) 420

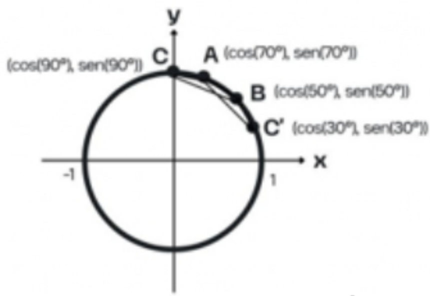
RESOLUÇÃO:

Circunferência $x^2 + y^2 = 1$

I) $\overline{AB}$ é base do triângulo isósceles:



II) AB é um dos lados triângulo isósceles:



Da mesma forma, temos $t = 30°$ ou $t = 90°$

Assim, os valores que t pode assumir são: 30°, 60°, 90° e 240°. Logo, a soma é 420.

LOGARITMOS

2012.2

9) Sob certas condições ambientais, o número de bactérias de uma colônia cresce exponencialmente (isto é, $y = ab^x$, em que y é o número de bactérias e x o tempo), de modo que esse número dobra a cada hora.

Se em determinado instante há n bactérias, quanto tempo levará para que seu número atinja o valor $20n$? Use a tabela abaixo para resolver:

x	1	2	3	4	5
$\log x$	0	0,30	0,48	0,60	0,70

a) 4,1 horas
b) 4,3 horas
c) 4,5 horas
d) 4,7 horas
e) 4,9 horas

RESOLUÇÃO:

$$x = 0 \rightarrow y(0) = a.b^0 = a$$

$$x = 1 \rightarrow y(1) = a.b^1 = 2a \rightarrow b = 2$$

Assim:

$$a.2^t = n$$

$$a.2^x = 20n$$

$$\rightarrow 2^{x-t} = 20 \rightarrow x - t = \log_2 20$$

$$= \frac{\log 2 + \log 10}{\log 2} = \frac{0{,}30 + 1}{0{,}30} = \frac{13}{3} \approx 4{,}3$$

$$x \approx t + 4{,}3$$

Portanto, o número de bactérias será $20n$ 4,3 horas depois.

2013.1

2) Um capital A de R$ 10 000,00 é aplicado a juros compostos, à taxa de 20% ao ano; simultaneamente, um outro capital B, de R$5 000,00, também é aplicado a juros compostos, à taxa de 68% ao ano.

Utilize a tabela abaixo para resolver.

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$\log x$	0	0,30	0,48	0,60	0,70	0,78	0,85	0,90	0,96

Depois de quanto tempo os montantes se igualam?

a) 22 meses.
b) 22,5 meses.
c) 23 meses.
d) 23,5 meses.
e) 24 meses.

RESOLUÇÃO:

Tempo em anos: n

$$10000.1{,}2^n = 5000.1{,}68^n \rightarrow \left(\frac{1{,}68}{1{,}2}\right)^n = 2 \rightarrow 1{,}4^n = 2 \rightarrow n = \log_{1{,}4} 2$$

$$\rightarrow n = \frac{\log 2}{\log 2 + \log 7 - \log 10} = \frac{(0{,}3)}{0{,}3 + 0{,}85 - 1} \rightarrow n = 2\ anos$$

Portanto, 24 meses

2013.2

6) Entre as sentenças abaixo, assinale a verdadeira:

a) $2^{\log_2 3} = 3$
b) $log\left(\frac{125}{3}\right) = \frac{log125}{log3}$
c) O logaritmo decimal de 1 trilhão é 15.
d) $log200 = 2log2$
e) $log\frac{1}{\sqrt{100\,000}} = -3$

RESOLUÇÃO:

$$2^x = 3 \rightarrow x = \log_2 3 \rightarrow 2^{\log_2 3} = 3$$

2014.1

11) Considere a aproximação: log2=0,3. É correto afirmar que a soma das raízes da equação $2^{2x} - 6.2^x + 5 = 0$ é:

a) $\frac{7}{3}$
b) 2
c) $\frac{5}{3}$
d) $\frac{4}{3}$
e) 1

RESOLUÇÃO:

$$2^{2x} - 6.2^x + 5 = 0 \rightarrow (2^x)^2 - 6.2^x + 5 = 0$$

Soluções:

$$2^x = 1 \; ou \; 2^x = 5$$

$$\rightarrow 2^x = 2^0 \rightarrow x = 0$$

$$\rightarrow 2^x = 5 \rightarrow \log 2^x = \log 5 \rightarrow x.\log 2 = \log 5$$

$$\rightarrow x = \frac{\log 5}{\log 2} = \frac{\log 10 - \log 2}{\log 2}$$

$$x = \frac{1-0,3}{0,3} = \frac{0,7}{0,3} = \frac{7}{3}$$

Assim, a soma das raízes é dada por:

$$0 + \frac{7}{3} = \frac{7}{3}$$

2014.2

12) Considere a seguinte tabela, em que $ln(x)$ representa o logaritmo neperiano de x:

x	1	2	3	4	5
ln(x)	0	0,69	1,10	1,39	1,61

O valor de x que satisfaz a equação 6^x=10 é aproximadamente igual a

a) 1,26
b) 1,28
c) 1,30
d) 1,32
e) 1,34

RESOLUÇÃO:

$$6^x = 10 \rightarrow \ln(6^x) = \ln 10 \rightarrow x.\ln 6 = \ln 10 \rightarrow x$$

$$= \frac{\ln 10}{\ln 6} = \frac{\ln 2 + \ln 5}{\ln 2 + \ln 3} = \frac{0,69 + 1,61}{0,69 + 1,10} \approx 1,28$$

2015.1

7) O valor de mercado de um carro modelo A, daqui a t semestres é $V_1 = 50\,000e^{-0,08t}$ e o valor de mercado de outro carro modelo B, daqui a t semestres é $V_2 = 80\,000e^{-0,10t}$.

Após quantos semestres, contados a partir de hoje, os valores se igualarão?

Use para resolver a seguinte tabela:

x	1	2	3	4	5
ln(x)	0	0,69	1,10	1,39	1,61

a) 25
b) 23
c) 21
d) 19
e) 17

RESOLUÇÃO:

$$50000.e^{-0,08t} = 80000.e^{-0,10t} \rightarrow \frac{e^{-0,08t}}{e^{-0,10t}}$$

$$= \frac{80000}{50000} \rightarrow e^{0,02t} = \frac{8}{5}$$

$$0,02t = \ln\left(\frac{8}{5}\right) = 3.ln2 - ln5 \rightarrow 0,02t$$

$$= 3.0,69 - 1,61 = 0,46$$

$$t = 23$$

2015.2

5) Estima-se que o PIB de uma ilha, daqui a x anos, seja $y_1 = 60\,000e^{0,05x}$ unidades monetárias, em que $x = 0$ é o ano de 2014, $x = 1$ o ano de 2015 e assim por diante.

Estima-se também que o número de habitantes da ilha, daqui a x anos, seja $y_2 = 10\,000e^{0,04x}$

Daqui a quantos anos o PIB *per capita* (ou PIB por pessoa) será aproximadamente 50% superior ao de 2014?

a) 31
b) 26
c) 36
d) 41
e) 46

Utilize a tabela:

x	0,5	1	2	3	4	5
ln(*x*)	-0,6931	0	0,6931	1,0986	1,3863	1,6094

RESOLUÇÃO:

Daqui a x anos, PIB per capita:

$$\frac{60000.\,e^{0,05x}}{10000.\,e^{0,04x}} = 6.\,e^{0,01x}$$

Em 2014 (x=0):

$$6.\,e^{0,01.0} = 6.\,e^{0} = 6.1 = 6$$

Para que seja, aproximadamente, 50% superior à 2014:

$$6.\,e^{0,01x} = 1,5.6 \rightarrow e^{0,01x} = 1,5 \rightarrow 0,01x$$

$$= \ln(1,5)$$

$$\rightarrow 0,01x = ln3 - ln2 = 1,0986 - 0,6931$$

$$= 0,4055$$

$$x = 40,55 \rightarrow x \approx 41$$

2016.1

15) A soma dos montantes de n depósitos anuais, de valor R cada um, feitos nos anos 1, 2, 3 ...n a juros compostos e à taxa de juros anual i, calculados na data n, é dada pela

fórmula: $S = R\,\frac{[(1+i)^n - 1]}{i}$.

Se forem feitos depósitos anuais de R$ 20 000,00 à taxa anual de 20%, o número n de depósitos para que a soma dos montantes seja R$ 148 832,00 é:

a) $\frac{log1{,}48832}{log1{,}2}$
b) $\frac{log3{,}48832}{log1{,}2}$
c) $\frac{log0{,}48832}{log1{,}2}$
d) $\frac{log4{,}48832}{log1{,}2}$
e) $\frac{log2{,}48832}{log1{,}2}$

RESOLUÇÃO:

Taxa anual: $i = 20\% = 0,2$

Soma dos montantes:

$$S = \frac{20000[(1+0,20)^n - 1]}{0,20} = 148382$$

$$1,20^n = 2,48832 \rightarrow \log(1,2^n) = \log 2,48832$$

$$\rightarrow n.\log 1,2 = \log 2,48832$$

$$n = \frac{\log 2,48832}{\log 1,2}$$

2016.2

8) Um automóvel 0 km é vendido por certo valor em 15/6/2016.

No dia 15/6 de cada ano, seu valor será 10% menor do que era no mesmo dia do ano anterior, isto é, desvaloriza-se 10% ao ano.

Se após n anos seu valor for 35% do que era quando 0 km, podemos concluir que

a) $n = 9$
b) $n = 11$
c) $n = 7$
d) $n = 10$
e) $n = 8$

Use a tabela abaixo:

x	0,30	0,35	0,45	0,50	0,60	0,75	0,90
ln(x)	- 1,204	- 1,050	- 0,799	- 0,693	- 0,511	- 0,288	- 0,105

RESOLUÇÃO:

Preço inicial: x
Tempo em anos: n

$$x.(0{,}9)^n = 0{,}35x \rightarrow, 0{,}9^n = 0{,}35$$
$$n = \log_{0,9} 0{,}35 = \frac{\log 0{,}35}{\log 0{,}9} = -\frac{1{,}050}{0{,}105} = 10$$
$$n = 10$$

2017.1

6) Estima-se que, daqui a t semanas, o número de pessoas de uma cidade que ficam conhecendo um novo produto seja dado por $N = \frac{20\,000}{1+19(0{,}5)^t}$.

Daqui a quantas semanas o número de pessoas que ficam conhecendo o produto quintuplica em relação ao número dos que o conhecem hoje?

a) $t = \frac{\log 19 - \log 7}{1 - \log 5}$
b) $t = \frac{\log 19 - \log 6}{1 - \log 5}$
c) $t = \frac{\log 19 - \log 5}{1 - \log 5}$
d) $t = \frac{\log 19 - \log 4}{1 - \log 5}$
e) $t = \frac{\log 19 - \log 3}{1 - \log 5}$

RESOLUÇÃO:

$$N_0 = \frac{20000}{1 + 19.(0{,}5)^0} = 1000$$

$$N_t = \frac{20000}{1 + 19.(0{,}5)^t} = 5.1000$$

Portanto:

$$\frac{4}{1 + 19.(0{,}5)^t} = 1 \rightarrow (0{,}5)^t = \frac{3}{19}$$

$$t = \log_{0,5} \frac{3}{19} = \frac{\log \frac{3}{19}}{\log 0{,}5} = \frac{(\log 3 - \log 19)}{\log 5 - 1}$$

$$t = \frac{\log 19 - \log 3}{1 - \log 5}$$

2018.1

14) O valor de x que satisfaz a equação $\sum_{n=1}^{20} \log(x^n) = -105$, em que $\log(x^n)$ representa o logaritmo de x^n na base 10, é:

a) $\frac{\sqrt{10}}{5}$
b) $\frac{\sqrt{10}}{10}$
c) $\frac{\sqrt{10}}{2}$
d) $\frac{\sqrt{10}}{20}$
e) $\sqrt{10}$

RESOLUÇÃO:

$$\sum_{1}^{20} \log x^n = \sum_{1}^{20} n.\log x = \log x \sum_{1}^{20} n$$
$$= \log x\,(1 + 2 + 3 + \cdots + 20) =$$
$$\log x \frac{20(20+1)}{2} = 210 \log x = -105 \rightarrow \log x$$
$$= -\frac{1}{2}$$
$$x = 10^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{\sqrt{10}} = \frac{\sqrt{10}}{10}$$

2018.2

13) Quantas vezes, no mínimo, deve-se lançar um dado honesto para que a probabilidade de “sair um 5” pelo menos uma vez seja maior que 0,9?

Adote para log 2 o valor 0,3 e para log 3 o valor 0,48.

a) 11
b) 14
c) 10
d) 13
e) 12

RESOLUÇÃO:

Pelo menos uma vez = Total − Não sair

$$P = 1 - P_{\tilde{n}\ sair} = 1 - \left(\frac{5}{6}\right)^n > 0{,}9$$

$$\left(\frac{5}{6}\right)^n < 0{,}1 = 10^{-1} \rightarrow \log\left(\frac{5}{6}\right)^n < \log 10^{-1}$$

$$\rightarrow n[\log 5 - \log 6] < -1$$

$$n\left[\log\left(\frac{10}{2}\right) - \log 2 - \log 3\right] < -1$$

$$\rightarrow n[1 - 2\log 2 - \log 3] < -1$$

$$n[1 - 0{,}6 - 0{,}48] < -1 \rightarrow n(-0{,}08) < -1 \rightarrow n$$

$$> \frac{1}{0{,}08} = 12{,}5$$

$$n_{mín} = 13$$

14) Em determinado estado, a quantidade máxima de álcool no sangue, permitida para dirigir, é 0,06 miligrama por ml de sangue. Logo após ingerir um copo cheio de certa bebida alcoólica, a quantidade de álcool no sangue de uma pessoa sobe para 0,3 miligrama por ml de sangue.

Suponha que a quantidade de álcool no sangue desta pessoa decresça exponencialmente com o tempo de forma que, a cada hora, a quantidade de álcool por ml se reduza à metade, isto é, $Q(x) = 0{,}3.(0{,}5)^x$ em que x é a variável tempo medido em horas a partir de zero (momento da ingestão da bebida) e $Q(x)$ é a quantidade de álcool no sangue no momento x.

Depois de quanto tempo, após o consumo da bebida, a pessoa poderá voltar a dirigir?

Adote para log 2 o valor 0,3.

a) 125 minutos.
b) 130 minutos.
c) 140 minutos.
d) 120 minutos.
e) 135 minutos.

RESOLUÇÃO:

$$0{,}06 = 0{,}3.(0{,}5)^x \rightarrow 6 = 30(0{,}5)^x \rightarrow \frac{1}{5} = (0{,}5)^x$$

$$\rightarrow 5^{-1} = (0{,}5)^x$$

$$-\log 5 = x log(0{,}5) \rightarrow -\log\left(\frac{10}{2}\right) = x\left(\log\frac{1}{2}\right)$$

$$\rightarrow -[\log 10 - \log 2] = x[\log 1 - \log 2]$$

$$-(1 - 0{,}3) = x(0 - 0{,}3)$$

$$x = \frac{7}{3}\ h$$

$$x = \frac{7}{3}.60 = 140\ min$$

2019.1

6) Estima-se que o número de elementos de uma população cresça exponencialmente a uma taxa anual de 20% a partir de hoje. Daqui a quantos anos ela terá crescido 900% em relação ao número de elementos de hoje?

Observação:

Uma população cresce exponencialmente, a uma taxa anual t, quando daqui a x anos o seu número de elementos é $Y = N(1+t)^x$ em que N é o número de elementos de hoje.

Resolva adotando para log 2 e log 3 os valores 0,30 e 0,48, respectivamente.

a) 12,1
b) 12,5
c) 13,3
d) 12,9
e) 13,7

RESOLUÇÃO:

$$10N = N(1{,}2)^t \to 10 = (1{,}2)^t \to \log 10 = \log(1{,}2^t) = t.\log 1{,}2$$

$$1 = t\left(\log\frac{12}{10}\right) = t(2\log 2 + \log 3 - 1)$$

$$1 = t(2.0{,}3 + 0{,}48 - 1)$$

$$t = \frac{1}{0{,}08} = 12{,}5$$

2019.2

4) Ao depositar x reais, ao final de cada ano, em uma aplicação que rende juros compostos à taxa de 20% ao ano, um investidor consegue obter, logo após o enésimo depósito, um montante M dado pela fórmula

$$M = x\left[\frac{(1{,}2)^n - 1}{0{,}2}\right]$$

Se x = 40 000, qual o valor mínimo de n de modo que o montante seja superior a R$1 800 000,00?

a) 15
b) 12
c) 11
d) 13
e) 14

Para resolver, utilize a tabela abaixo:

x	1,0	1,2	1,4	1,6	1,8	2,0
log x	0	0,08	0,15	0,20	0,26	0,30

RESOLUÇÃO:

$$1800000 < \frac{40000[(1{,}2)^n - 1]}{0{,}2} \to 45 < \frac{[(1{,}2)^n - 1]}{0{,}2}$$

$$9 < [(1{,}2)^n - 1] \to 1{,}2^n > 10 \to n log 1{,}2 > log 10 = 1$$

$$n > \frac{1}{log 1{,}2} = \frac{1}{0{,}08} = 12{,}5$$

$$n = 13$$

6) O valor de x que satisfaz a equação $\sum_1^{20} \log(x^i) = -210$ é:

a) $\frac{1}{40}$
b) $\frac{1}{10}$
c) $\frac{1}{20}$
d) $\frac{1}{80}$
e) $\frac{1}{5}$

RESOLUÇÃO:

$$\sum_{1}^{20}\log(x^i)=\sum_{1}^{20} i\cdot logx = logx\sum_{1}^{20} i$$

$$= logx(1+2+3+\cdots+20) = logx(1+20).\frac{20}{2}$$

$$= 210logx = -210 \rightarrow logx = -1 \rightarrow x = 10^{-1}$$

$$x=\frac{1}{10}$$

4) Demonstre a seguinte igualdade.

$$\sum_{n=1}^{99}\log\sqrt{\frac{1+n}{n}} = 1$$

RESOLUÇÃO:

$$\sum_{n=1}^{99}\log\sqrt{\frac{1+n}{n}} = \log\sqrt{\frac{2}{1}}+\log\sqrt{\frac{3}{2}}+\log\sqrt{\frac{4}{3}}+\cdots$$

$$+\log\sqrt{\frac{1+k}{k}}+\cdots+\log\sqrt{\frac{100}{99}}$$

$$=\log\left[\sqrt{\frac{2}{1}}\cdot\sqrt{\frac{3}{2}}\cdot\sqrt{\frac{4}{3}}\cdot\ldots\cdot\sqrt{\frac{99}{98}}\cdot\sqrt{\frac{100}{99}}\right]$$

$$=\log\sqrt{100}=\log 10 = 1$$

5) Um número expresso em notação científica é da forma $a.10^n$ em que a pertence ao intervalo [1,10) e n é um número inteiro. Escreva o número 5^{500} em notação científica. Use as aproximações: $log2 = 0{,}301 \ e \ \sqrt{10} = 3{,}162$

RESOLUÇÃO:

$$x = 5^{500} \rightarrow \log x = \log(5^{500}) = 500\log 5$$

$$= 500\log\left(\frac{10}{2}\right) = 500(\log 10 - \log 2)$$

$$\rightarrow \log x = 500(1-0{,}301) = 500.0{,}699$$

$$= 349{,}5 = 349+\frac{1}{2}$$

$$\rightarrow x = 10^{349+\frac{1}{2}} = 10^{349}.10^{\frac{1}{2}} = \sqrt{10}.10^{349}$$

$$\therefore x = 3{,}162.10^{349}$$

2020.1

15) Quando Sílvia completou 8 anos, seu pai aplicou R$50 000,00 em um fundo de investimento que rende juros compostos a uma determinada taxa fixa.

No aniversário de 18 anos, o pai de Sílvia constatou que o montante da aplicação era 50% superior ao capital aplicado.

Decorridos x anos do aniversário de 18 anos de Sílvia, seu pai notou que o montante era o triplo do capital inicialmente aplicado quando ela completou 8 anos.

O valor inteiro mais próximo de x é:

a) 8
b) 15
c) 17
d) 19
e) 16

Para resolver, utilize a tabela abaixo, em que Ln(x) é o logaritmo natural de x.

x	1,5	1,6	1,7	1,8	1,9	2,0
Ln (x)	0,405	0,470	0,531	0,588	0,642	0,693

RESOLUÇÃO:

$$1{,}5.50 = 50(1+i)^{10} \rightarrow (1+i)^{10} = 1{,}5$$

$$3.50 = 50(1+i)^{10+x} \rightarrow (1+x)^{10+x} = 3$$

Aplicando Log na primeira equação:

$$10\ln(1+i) = \ln(1{,}5) = 0{,}405 \rightarrow \ln(1+i)$$

$$= 0{,}0405$$

Aplicando Log na segunda equação:

$$(10+x)\ln(1+i) = ln3 = \ln(1{,}5.2)$$

$$= \ln(1{,}5)+\ln(2) = 0{,}405+0{,}693 = 1{,}098$$

$$(10+x)0{,}0405 = 1{,}098 \rightarrow 10+x = 27{,}11$$

$$\therefore x = 17{,}11 \approx 17$$

2022.2

7) Duas novas redes sociais foram lançadas recentemente e estão conseguindo muitos adeptos. A Rede A foi lançada primeiro e já conta com 1000.000 usuários. A Rede B foi lançada mais recentemente e tem 10.000 usuários.

Especialistas em crescimentos de redes sociais estimaram que o número de usuário em cada rede pode ser descrito atravésdas seguintes funções:

$$Rede\ A: Y = 100\ 000\ .\ 10^{\frac{t}{20}}$$

$$Rede\ B: Y = 10\ 000\ .\ 10^{\frac{t}{3}}$$

Nessas expressões, Y representa o número de usuários e t é o tempo em meses, com t = 0 sendo o mês atual.

Suponha que os regimes de crescimentos das duas redes aos próximos dois anos sejam bem descritos por essas expressões.Quanto tempo, em meses, a partir do mês atual, a Rede B deve levar para alcançar o mesmo número de usuários que a Rede A?

(Dados: $log_{10}2 \approx 0{,}3$)

a) 15
b) 22
c) 18
d) 16
e) 20

RESOLUÇÃO:

$$100\ 000.\ 10^{\frac{t}{20}} = 10\ 000.\ 2^{\frac{t}{3}}$$

$$\Rightarrow 10.\ 10^{\frac{t}{20}} = 2^{\frac{t}{3}}$$

Aplicando log:

$$\log\left(10.\ 10^{\frac{t}{20}}\right) = \log\ (2^{\frac{t}{3}})$$

$$\Rightarrow \log 10 + \left(\frac{t}{20}\right).\log = \frac{t}{3}\log 2 \Rightarrow 1 + \frac{t}{20}.1 = \frac{t}{3}.0{,}3$$

$$\Rightarrow 1 + 0{,}05.\mathrm{t} = 0{,}1\mathrm{t} \rightarrow 0{,}05\mathrm{t} = 1 \rightarrow \mathrm{t} = 20\ \mathrm{meses}$$

POLINÔMIOS

2013.1

3) A equação $x^{-4} = 16$ tem

a) duas raízes reais e duas raízes imaginárias conjugadas.
b) pelo menos duas raízes iguais.
c) uma única raiz imaginária.
d) quatro raízes reais.
e) quatro raízes cujo produto é $-1/4$.

RESOLUÇÃO:

$$x^{-4} = 16 \rightarrow \frac{1}{x^4} = 16 \rightarrow x^4 = \frac{1}{16} \rightarrow x^2 = \pm\frac{1}{4}$$

Para $x^2 = \frac{1}{4}$:

$$x = \pm\frac{1}{2}$$

Para $x^2 = -\frac{1}{4}$:

$$x = \pm\frac{1}{2}i$$

Em que i é a unidade imaginária.

5) Desenvolvendo-se o binômio $P(x) = (x+1)^5$, podemos dizer que a soma de seus coeficientes é

a) 16
b) 24
c) 32
d) 40
e) 48

RESOLUÇÃO:

A soma dos coeficientes de $P(x) = (x+1)^5$ é obtida para $x = 1$. Assim:

$$S = P(1) = (1+1)^5 = 32$$

2014.1

3) A equação $2x^3 - 3x^2 - 3x + 2 = 0$ tem o seguinte conjunto solução: $\{-1, b, a,\}$. Podemos afirmar que o valor de $a^2 + b^2$ é

a) $\frac{13}{4}$
b) $\frac{7}{2}$
c) $\frac{15}{4}$
d) 4
e) $\frac{17}{4}$

RESOLUÇÃO:

Utilizando o algoritmo de Briot-Ruffini

1	1	-2	-3	a	b
1	1	-1	-4	$-4+a$	$\boxed{-4+a+b}$
	1	0	-4	$\boxed{-8+a}$	

$$\begin{cases} -4+a+b=0 \\ -8+a=0 \end{cases} \rightarrow a = 8, b = -4$$

Assim:

$$a.b = 8.(-4) = -32$$

RESOLUÇÃO:

Se $1+i$ é raiz, então $1-i$ também é raiz. Sendo a e b as outras raízes, pelas relações de Girard:

$$\begin{cases} 1+i+1-i+a+b=3 \\ (1+i)(1-i).a.b=-24 \end{cases}$$

Assim:

$$a = 4, b = -3$$

Ou

$$a = -3, b = 4$$

Em ambos os casos:

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{4} + \frac{1}{-3} = -\frac{1}{12}$$

2014.2

6) Dada a equação polinomial $x^4 - 3x^3 - 8x^2 + 22x - 24 = 0$ e sabendo-se que $1+i$ é uma das raízes (i é a unidade imaginária), pode-se afirmar que as outras duas raízes a e b são tais que a $\frac{1}{a} + \frac{1}{b}$ vale

a) $-\frac{1}{4}$
b) $-\frac{1}{6}$
c) $-\frac{1}{8}$
d) $-\frac{1}{10}$
e) $-\frac{1}{12}$
f)

2015.1

8) A equação $x^3 - 3x^2 - x + k = 0$ tem raízes em progressão aritmética quando colocadas em ordem crescente. A razão da progressão aritmética é:

a) 1/2
b) 1
c) 3/2
d) 2
e) 5/2

RESOLUÇÃO:

Raízes em PA: $a-r, a, a+r$

Relações de Girard:

$$(a-r) + a + (a+r) = 3 \rightarrow a = 1$$

Como 1 é raiz:

$$1 - 3 - 1 + k = 0 \rightarrow k = 3$$

Produto das raízes:

$$(1-r).1.(1+r) = -3 \rightarrow 1 - r^2 = -3 \rightarrow r^2 = 4$$

$$r = 2$$

2015.2

14) A equação polinomial $2x^3 - 3x^2 - 11x + 6 = 0$ tem o conjunto solução $S=\{a, b, c\}$. Pode-se afirmar que o valor de $(a+1)(b+1)(c+1)$ é:

a) - 7
b) - 5
c) - 6
d) - 4
e) -8

RESOLUÇÃO:

Pelas relações de Girard:

$$a + b + c = \frac{3}{2}$$

$$ab + ac + bc = -\frac{11}{2}$$

$$abc = -\frac{6}{2}$$

Assim:

$$(a+1)(b+1)(c+1)$$

$$= (ab + a + b + 1)(c + 1) =$$

$$a + b + c + ab + ac + bc + abc + 1$$

$$= \frac{3}{2} - \frac{11}{2} - \frac{6}{2} + 1 = -6$$

2016.1

4) A equação polinomial $x^3 + 12x^2 - 96x - 512 = 0$ tem raízes reais em progressão geométrica quando colocadas em ordem crescente de seus valores absolutos. A razão dessa progressão geométrica é:

a) -2
b) $-3{,}5$
c) -4
d) -3
e) $-2{,}5$

RESOLUÇÃO:

Raízes: $\frac{a}{q}, a, aq$

Relações de Girard:

$$\frac{a}{q}.a.aq = 512 \rightarrow a^3 = 512 \rightarrow a = 8$$

Já que 8 é uma das raízes:

Utilizando o algoritmo de Briot-Ruffini:

$$P(x) = (x-8)(x^2 + 20x + 64)$$

Raízes de $x^2 + 20x + 64$ são -4 e -16.

A PG é então: $-4, 8, -16$ de razão -2

2016.2

14) Um dos fatores do polinômio $P(x)x^3 + 2x^2 - 5x - 6$ é $(x+3)$. Outro fator desse polinômio é

a) $(x+8)$
b) $(x-5)$
c) $(x+4)$
d) $(x-1)$
e) $(x+1)$

RESOLUÇÃO:

Utilizando o algoritmo de Briot-Ruffini:

$$P(x) = (x+3)(x^2 - x - 2)$$

Raízes de $x^2 - x - 2$ são 2 e -1, portanto:

$$P(x) = (x+3)(x-2)(x+1)$$

2017.1

13) O polinômio $P(x) = x^3 - x - 1$ tem uma raiz real r tal que:

a) $0 < r < 1$
b) $1 < r < 2$
c) $2 < r < 3$
d) $3 < r < 4$
e) $4 < r < 5$

RESOLUÇÃO:

$$P(1) = 1^3 - 1 - 1 = -1 < 0$$
$$P(2) = 2^3 - 2 - 1 = 5 > 0$$

Como $P(1) < 0$ e $P(2) > 0$, o gráfico de $P(x)$ deve cruzar o eixo x em algum ponto entre 1 e 2. Portanto, existe uma raiz r entre 1 e 2.

2017.2

5) Um polinômio $P(x)$ tem coeficientes reais, grau 4 e coeficiente do termo de maior expoente igual a 1; o polinômio admite 1 como raiz dupla e admite a raiz imaginária $2i$.

O resto da divisão deste polinômio por $x + 1$ é:

a) 27
b) 10
c) 20
d) 25
e) 15

RESOLUÇÃO:

P tem 4 raízes: $1\ (dupla), 2i\ e\ -2i$ e $a = 1$

$$P(x) = 1(x-1)^2(x-2i)(x+2i)$$

Pelo teorema do resto, o resto é dado por $P(-1)$

$$R = P(-1) = (-1-1)^2(-1+2i)(-1-2i)$$
$$R = 20$$

10) Desenvolvendo-se a expressão $(x+2)^{10}$ um polinômio

a) com 10 termos.
b) cuja soma dos coeficientes é 1 024.
c) cujo termo independente de x é 512.
d) de grau 11.
e) cujo termo em x 3 tem coeficiente 15 360.

RESOLUÇÃO:

$$(x+2)^{10} = \binom{10}{0}x^{10} + \binom{10}{1}x^9.2 + \binom{10}{2}x^8.2^2 + \cdots + \binom{10}{10}2^{10}$$

Grau do polinômio: 10

Número de termos: 11

Soma dos coeficientes: $(1+2)^{10} = 3^{10} \neq 1024$

Termo independente: $2^{10} = 1024$

Termo de x^3: $\binom{10}{7}x^3.2^7 = 15360x^3$

(11) 99771-6133
bne_edu

2018.1

11) No intervalo $[0,2\pi]$, as raízes da equação $4sen^3x - 8sen^2x + 5senx - 1 = 0$ têm por soma o número:

a) $\frac{5\pi}{6}$
b) π
c) $\frac{5\pi}{3}$
d) $\frac{7\pi}{6}$
e) $\frac{3\pi}{2}$

RESOLUÇÃO:

Tomando $y = senx$

$$4y^3 - 8y^2 + 5y - 1 = 0$$

Temos que $y = 1$ é raiz. Utilizando o algoritmo de Briot-Ruffini:

1	4	−8	5	−1
	4	−4	1	$\boxed{0}$

Assim:

$$(y-1)(4y^2 - 4y + 1) = (y-1)(2y-1)^2 = 0$$

Soluções:

$$y = 1 \ \ e \ \ y = \frac{1}{2}$$

$$senx = 1 \quad e \quad senx = \frac{1}{2}$$

Portanto:

$$x \in \left\{\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{2}, \frac{5\pi}{6}\right\}$$

$$\frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{2} + \frac{5\pi}{6} = \frac{3\pi}{2}$$

2018.2

12) A equação polinomial, na incógnita x, $x^3 - 21x^2 + kx - 315 = 0$ tem raízes em progressão aritmética.

a) 162
b) 143
c) 201
d) 157
e) 131

RESOLUÇÃO:

Podemos concluir que o valor de k é:

Raízes em PA: $p - q, q, p + q$

Relações de Girard:

$$p - q + p + p + q = 21 \rightarrow p = 7$$

$$315 = (p+q)p(p-q) = (49 - q^2)7 \rightarrow 49 - q^2 = 45$$

$$q = 2$$

Raízes: $5, 7, 9.$

Relações de Girard:

$$k = 5.7 + 5.9 + 7.9 = 143$$

2019.1

9) A respeito de um polinômio $P(x)$, de coeficientes reais, são apresentadas as seguintes informações:

- $P(1+i)=0$, em que i é a unidade imaginária.
- $P(0)=-4$
- $P(3)=5$

Podemos afirmar que:

a) $-1+i$ é a raiz do polinômio.
b) -4 é a raiz do polinômio.
c) $P(x)$ não possui raízes racionais.
d) O grau de $P(x)$ é maior ou igual a 4.
e) $P(x)$ tem uma raiz real.

RESOLUÇÃO:

Se $1+i$ é raiz, então $1-i$ também é raiz;

Se $P(0)=-4<0$ e $P(3)=5>0$, o gráfico do polinômio corta o eixo x em algum ponto entre 0 e 3. Portanto, existe uma raiz real entre 0 e 3.

2019.2

11) A equação polinomial $x^3+x^2+px+q=0$ tem a raiz − 2 com multiplicidade 2. Pode-se afirmar que a soma p + q vale:

a) - 20
b) -10
c) 0
d) - 5
e) -15

RESOLUÇÃO:

Raízes: $-2,-2,\alpha$

Soma das raízes:

$$-2-2+\alpha=-1\rightarrow\alpha=3$$

Relações de Girard:

$$p=-2(3)-2(3)+(-2)(-2)=-8$$
$$q=-(-2)(-2)3=-12$$

Portanto:

$$p+q=-20$$

9) Demonstre que a soma das raízes e a soma dos quadrados das raízes do polinômio $P(x)=x^3+2x^2+3x+4$ são iguais, ou seja, se a, b, c. são as raízes, então $a+b+c=a^2+b^2+c^2$.

RESOLUÇÃO:

Das relações de Girard:

$$a+b+c=-\frac{2}{1}=-2 \quad e \quad ab+ac+bc=\frac{3}{1}=3$$

Assim:

$$a^2+b^2+c^2=(a+b+c)^2-2(ab+ac+bc)$$
$$=(-2)^2-2(3)=-2$$

Portanto:

$$a+b+c=a^2+b^2+c^2$$

2020.1

11) A equação polinomial $x^3+14x^2+56x+64=0$ tem raízes reais em progressão geométrica quando colocadas em ordem crescente. A razão desta progressão é:

a) $\frac{1}{2}$
b) $\frac{1}{4}$
c) 1
d) $\frac{1}{3}$
e) $\frac{1}{9}$

RESOLUÇÃO:

Raízes:

$$\left(\frac{a}{q},a,aq\right)$$

Produto das raízes:

$$-64=\frac{a}{q}a(aq)=a^3\rightarrow a=-4$$

Produto dois a dois:

$$56=\frac{a^2}{q}+a^2+a^2q=16\left(1+q+\frac{1}{q}\right)\rightarrow 1+q+\frac{1}{q}=\frac{7}{2}$$

$$\therefore 2q+2q^2+2=7q\rightarrow 2q^2-5q+2=0$$
$$q=\frac{5\pm\sqrt{25-16}}{4}\rightarrow q=2\ ou\ q=\frac{1}{2}$$

2020.2

5) Um polinômio com coeficientes reais apresenta as seguintes características: ¬

- Uma raiz é $2+3i$, em que i é a unidade imaginária.
- O número $\frac{1}{2}$ é raiz de multiplicidade 2.
- $-i$ é uma raiz, em que i é a unidade imaginária.

Podemos concluir que o menor grau que o polinômio pode ter é:

a) 4
b) 3
c) 7
d) 6
e) 5

RESOLUÇÃO:

Se $2+3i$ é raiz, então $2-3i$ é raiz também;

Se $-i$ é raiz, então $+i$ é raiz também;

O polinômio pode ser escrito da forma:

$$P(x)=(x-2-3i)(x-2+3i)(x+i)(x-i)\left(x-\frac{1}{2}\right)^2 Q(x)$$

Portanto:

$$grau(P)=6+grau(Q)$$

Dessa forma, $grau(P)\geq 6$

2022.1

A função quadrática p(x) tem as seguintes propriedades: $p(0)=0$ e $p(x+1)=P(X)+8X-4$. O valor de $p(1/2)$ é

a) 2
b) -1
c) 3
d) -4
e) -2

RESOLUÇÃO:

Seja $P(x)=ax^2+bx+c$, temos que:

$P(0)=0\to a\cdot 0^2+b\cdot 0+c\to c=0$
$P(x+1)=a\cdot(x+1)^2+b\cdot(x+1)+0$
$=ax^2+2ax+a+bx+b$
$P(x+1)=ax^2+(2a+b)x+(a+b)$

Por outro lado:

$P(x+1)=P(x)+8x-4$
$=ax^2+bx+0+8x-4$
$P(x+1)=ax^2+(6+8)x-4$

Igualando os coeficientes de x e x^0, tem-se:

$$\begin{cases}2a+b=b+8\\ a+b=-4\end{cases}\to\begin{cases}a=4\\ b=-8\end{cases}$$

O valor da função para $x=1/2$ é:

$$P\left(\frac{1}{2}\right)=4\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^2-8\cdot\frac{1}{2}+0=-3$$

ANÁLISE COMBINATÓRIA

2014.1

7) Uma senha de internet é constituída de seis letras e quatro algarismos em que a ordem é levada em consideração. Eis uma senha possível: $(a,a,b,7,7,b,a,7,a,7)$ Quantas senhas diferentes podem ser formadas com quatro letras "a", duas letras "b" e quatro algarismos iguais a 7?

a) $10!$
b) 2 520
c) 3 150
d) 6 300
e) $\frac{10!}{4!6!}$

RESOLUÇÃO:

Senha com 4 letras a, duas letras b e quatro algarismos 7:

$$P_{10}^{4,2,4}=\frac{10!}{4!\,2!\,4!}=3150$$

2015.1

9) Com os algarismos 1, 3, 5, 7 e 9, quantos números de três algarismos podem ser formados de modo que haja pelo menos dois algarismos iguais?

a) 60
b) 65
c) 70
d) 75
e) 80

RESOLUÇÃO:

Com estes algarismos, podemos formar:

$5^3 = 125$ números de três algarismos

$5.4.3 = 60$ números de três algarismos distintos

$125 - 60 = 65$ números de três algarismos com pelo menos dois algarismos iguais

2015.2

9) Um estádio tem 5 portões. De quantas formas ele pode ser aberto ao público ficando com pelo menos dois portões abertos?

a) 28
b) 26
c) 32
d) 24
e) 30

RESOLUÇÃO:

Pelo menos 2 = 2, 3, 4 ou 5:

$$C_{5,2} + C_{5,3} + C_{5,4} + C_{5,5} = 10 + 10 + 5 + 1 = 26$$

2019.1

7) Uma família de 6 pessoas decidiu formar grupos de WhatsApp entre seus elementos.

Quantos grupos podem ser formados com ao menos 3 pessoas?

a) 57
b) 26
c) 22
d) 42
e) 34

RESOLUÇÃO:

Ao menos 3 pessoas = 3, 4, 5 ou 6 pessoas

$$C_{6,3} + C_{6,4} + C_{6,5} + C_{6,6}$$

$$\frac{6!}{3!\,3!} + \frac{6!}{4!\,2!} + \frac{6!}{5!\,1!} + \frac{6!}{6!\,0!} = 42$$

2020.1

6) Dez pessoas, entre elas Gilberto e Laura, pretendem formar uma comissão com quatro membros escolhidos entre os dez.

Quantas comissões são possíveis se Gilberto e Laura podem ou não comparecer, mas nunca juntos na mesma comissão?

a) 182
b) 45
c) 240
d) 100
e) 70

RESOLUÇÃO:

Total − Os dois juntos:

$$C_{10,2} - C_{8,2} = \frac{10!}{6!\,4!} - \frac{8!}{6!\,2!} = 210 - 28 = 182$$

2020.2

6) Em certo país, as placas de automóveis são formadas por 3 letras seguidas de 4 algarismos. Seja x o número de placas que podem ser construídas que tenham as seguintes características:

Sejam utilizadas apenas as letras C, D, E, F, G e H com cada letra aparecendo no máximo uma vez na placa. Entre os algarismos de 0 a 9 possa haver repetição. Comecem por F e terminem por 4.

Podemos afirmar que:

a) $15\,000 \leq x < 16\,000$
b) $16\,000 \leq x < 17\,000$
c) $17\,000 \leq x < 18\,000$
d) $18\,000 \leq x < 19\,000$
e) $x \geq 19\,000$

RESOLUÇÃO:

$\boxed{F}$	___	___	___	___	___	$\boxed{4}$	Placa
1	5	4	10	10	10	1	Opções

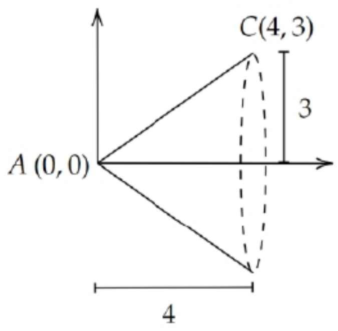
$$x = 1 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 1 = 20000$$

$$\therefore x \geq 19000$$

13) Considere os pontos $A(0{,}0), B(4{,}0)\ e\ C(4{,}3)$ do plano cartesiano. Ao girarmos a região triangular ABC em torno do eixo das abscissas, obteremos um sólido de revolução cujo volume é:

a) 24π
b) 30π
c) 18π
d) 36π
e) 12π

RESOLUÇÃO:



Cone de raio 3 e altura 4:

$$V = \frac{1}{3}\pi(3)^2 4 = 12\pi$$

2022.2

8) Considere a sequência de números (3, 5, 7, 9).

O número de maneiras diferentes de se escrever os 4 elementos dessa sequência de tal forma que não haja 3 elementos consecutivos em ordem crescente nem 3 elementos consecutivos em ordem decrescente é:

a) 8
b) 9
c) 10
d) 11
e) 12

RESOLUÇÃO:

Por termos 4 elementos, o número total de casos do conjunto é 4! = 24, como descritos abaixo:

(3, 5, 7, 9)	(5, 3, 7, 9)	(7, 3, 5, 9)	(9, 3, 5, 7)
(3, 5, 9, 7)	(5, 3, 9, 7)	(7, 3, 9, 5)	(9, 3, 7, 5)
(3, 7, 5, 9)	(5, 7, 3, 9)	(7, 5, 3, 9)	(9, 5, 3, 7)
(3, 7, 9, 5)	(5, 7, 9, 3)	(7, 5, 9, 3)	(9, 5, 7, 3)
(3, 9, 5, 7)	(5, 9, 3, 7)	(7, 9, 3, 5)	(9, 7, 3, 5)
(3, 9, 7, 5)	(5, 9, 7, 3)	(7, 9, 5, 3)	(9, 7, 5, 3)

os casos em vermelho têm 3 elementos consecutivos em ordem crescente.

os casos em azul têm 3 elementos consecutivos em ordem decrescente.

os casos que satisfazem o enunciado são os que estão pintados em verde.

Logo, há 10 maneiras diferentes conforme o enunciado

GEOMETRIA ESPACIAL

2012.2

15) Um prisma hexagonal tem duas faces hexagonais paralelas, as bases, e seis faces laterais retangulares. Quantas diagonais, não das faces, tem esse prisma?

a) 18
b) 19
c) 20
d) 21
e) 22

RESOLUÇÃO:

Para cada vértice da face superior, é possível escolher 3 vértices da face inferior para formar uma diagonal que não passe pela face. Assim:

$$6.3 = 18 \; opções$$

2013.1

8) Um reservatório tem a forma de uma esfera. Se aumentarmos o raio da esfera em 20%, o volume do novo reservatório, em relação ao volume inicial, aumentará

a) 60%
b) 63,2%
c) 66,4%
d) 69,6%
e) 72,8%

RESOLUÇÃO:

Razão dos volumes:

$$\frac{\left(\frac{4}{3}\pi(1{,}2R)^3\right)}{\frac{4}{3}\pi R^3} = 1{,}2^3 = 1{,}728 = 1 + 0{,}728$$

Ou seja, um aumento de 72,8%

(11) 99771-6133
bne_edu

2013.2

O apótema de um hexágono regular (segmento de perpendicular que vai do centro do polígono até cada lado da mesma figura) mede 2.

O volume do prisma reto, de altura 10, e base no referido hexágono é

a) $50\sqrt{3}$
b) $32\sqrt{6}$
c) $80\sqrt{3}$
d) $60\sqrt{3}$
e) $48\sqrt{6}$

RESOLUÇÃO:

Sendo a a aresta da base:

$$\frac{a\sqrt{3}}{2} = 2 \rightarrow a = \frac{4\sqrt{3}}{3}$$

Area da base:

$$A_B = 6.\left(\frac{a^2\sqrt{3}}{4}\right) = 8\sqrt{3}$$

Volume:

$$V = A_B.h = 8\sqrt{3}.10 = 80\sqrt{3}$$

2014.1

13) Uma piscina vazia, com formato de paralelepípedo reto retângulo, tem comprimento de 10m, largura igual a 5m e altura de 2m . Ela é preenchida com água a uma vazão de 5 000 litros por hora. Após três horas e meia do início do preenchimento, a altura da água na piscina atingiu:

a) 25cm
b) 27,5cm
c) 30cm
d) 32,5cm
e) 35cm

RESOLUÇÃO:

$$V = 10.5.x$$

$$(5000\ l/h).(3,5\ h) = 17500\ l = 17,5\ m^3$$

Assim:

$$10.5.x = 17,5 \rightarrow x = 0,35\ m = 35\ cm$$

2014.2

5) O volume de uma esfera de raio r é dado por $V = \frac{4}{3}\pi r^3$. Um reservatório com formato esférico tem um volume de 36π metros cúbicos. Sejam A e B dois pontos da superfície esférica do reservatório e seja m a distância entre eles. O valor máximo de m em metros é

a) 5,5
b) 5
c) 6
d) 4,5
e) 4

RESOLUÇÃO:

$$\frac{4}{3}\pi r^3 = 36\pi \rightarrow r = 3$$

A maior distância entre dois pontos dessa esfera é seu diâmetro, portanto:

$$m = 2.3 = 6$$

2015.1

12) Um retângulo de lados medindo 8cm e 3cm gira ao redor de um eixo que contém o menor lado. O volume em centímetros cúbicos do sólido gerado através dessa rotação é

a) 190π
b) 192π
c) 194π
d) 196π
e) 198π

RESOLUÇÃO:

Quando o retângulo completa uma volta em torno do eixo dado, é gerado um cilindro circular reto de 3 cm de altura e 8 cm de raio. Portanto:

$$V = \pi . 8^2 . 3 = 192\pi$$

2018.2

5) Deseja-se construir um reservatório com formato de cilindro circular reto, de volume igual a 250π metros cúbicos, com altura igual ao diâmetro da base e fechado na parte superior e na parte inferior.

Se o custo do metro quadrado do material utilizado for igual a k reais, o custo total do material empregado expresso em reais será de:

a) $140 . k . \pi$
b) $100 . k . \pi$
c) $130 . k . \pi$
d) $120 . k . \pi$
e) $150 . k . \pi$

RESOLUÇÃO:

Volume do cilindro:

$$V = \pi R^2 . (2R) = 2\pi R^3 = 250\pi \rightarrow R^3 = 125$$

$$\rightarrow R = 5\ m$$

Área total:

$$A = 2\pi R^2 + 2\pi R(2R) = 6\pi R^2 = 6\pi . 25$$

$$= 150\pi$$

Custo total:

$$Custo = 150\pi . k = 150k\pi$$

2019.2

10) Uma piscina tem o formato de um paralelepípedo retângulo com as dimensões: 10m de comprimento, 4m de largura e 1,5m de altura. Inicialmente, a piscina está vazia e é preenchida com água que jorra de um tubo a uma vazão de 250 litros por minuto.

Depois de duas horas e meia, qual a porcentagem do volume de água em relação ao volume total da piscina?

a) 60%
b) 55%
c) 57,5%
d) 52,5%
e) 62,5%

RESOLUÇÃO:

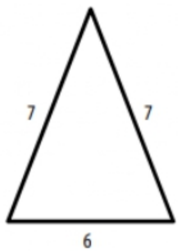
$$V_t = 10.4.1{,}5 = 60\ m^3 = 60000\ L$$

$$V = 250.2{,}5.60 = 37500\ L$$

$$p = \frac{37500}{60000} = 0{,}625 = 62{,}5\%$$

2020.1

9) Uma pirâmide regular tem base quadrada de lado 6, e 4 faces triangulares congruentes com o triângulo abaixo:



O volume da pirâmide é:

a) $14\sqrt{31}$
b) $12\sqrt{31}$
c) $15\sqrt{31}$
d) $13\sqrt{31}$
e) $11\sqrt{31}$

RESOLUÇÃO:

Altura da face lateral:

$$7^2 = \left(\frac{6}{2}\right)^2 + h^2 \to h = 2\sqrt{10}$$

Altura da pirâmide aplicando Pitágoras no triangulo com hipotenusa igual à h e catetos iguais a H, altura da pirâmide, e metade da aresta da base, $\frac{6}{2}$:

$$h^2 = H^2 + 3^2 \to 40 = H^2 + 9 \to H = \sqrt{31}$$

Volume:

$$V = \frac{1}{3} A_b H = \frac{1}{3}(6^2)(\sqrt{31}) = 12\sqrt{31}$$

TRIGONOMETRIA

2012.2

13) No intervalo $[0, 4\pi]$, a equação

$$sen^3 x - 2sen^2 x - 5sen\, x\ + 6\ = 0$$

tem raízes cuja soma é:

a) 2
b) -2
c) 6
d) $\pi/2$
e) 3π

RESOLUÇÃO:

$$sen^3 x - 2sen^2 x - 5senx + 6 = 0$$
$$\to (senx - 1)(sen^2 x - senx - 6) = 0$$
$$senx = 1\ é\ solução$$

Para $sen^2 x - senx - 6 = 0 \to senx = 3\ ou\ senx = -2$, ambas não são soluções válidas.

Para $senx = 1\ e\ 0 \le x \le 4\pi$:

$$x = \frac{\pi}{2}\ ou\ x = \frac{5\pi}{2}$$

A soma das raízes é $\frac{\pi}{2} + \frac{5\pi}{2} = 3\pi$

2013.2

14) A função $f(x) = (senx\,)(cosx)$ tem conjunto imagem e período dados, respectivamente, por

a) $[-1,1]e\ \pi$
b) $[-1,1]e\ 2\pi$
c) $[-2,2]e\ 2\pi$
d) $\left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right]\ e\ \pi$
e) $\left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right]e\ 2\pi$

RESOLUÇÃO:

fx=$senxcosx$=122$senxcosx$=12 $f(x) = senxcosx = \frac{1}{2}2senxcosx = \frac{1}{2}sen(2x)$

Como $-1 \le sen(2x) \le 1$, então $-\frac{1}{2} \le f(x) \le \frac{1}{2}$ e o período da função é dado por $p = \frac{2\pi}{2} = \pi$

2014.2

11) Sabendo que x pertence ao 2º quadrante e que $senx = 0{,}8$, pode-se afirmar que o valor de $sen2x\ + cos2x$ é igual a

a) −1,24
b) −0,43
c) 0,68
d) 0,95
e) 1,72

RESOLUÇÃO:

Se x pertence ao 2° quadrante, então $senx > 0$ e $cosx < 0$

$$sen^2 x + cos^2 x = 1 \to cosx = -0{,}6$$

$$sen(2x) = 2senxcosx = 2(0{,}8)(-0{,}6) = -0{,}96$$

$$\cos(2x) = cos^2 x - sen^2 x = (-0{,}6)^2 - (0{,}8)^2 = -0{,}28$$

Assim:

$$sen(2x) + \cos(2x) = -0{,}96 - 0{,}28 = -1{,}24$$

2015.1

13) Existem valores de x que verificam simultaneamente as relações

$$senx - cosx = m \quad e \quad senx + cosx = m.$$

Para quantos valores de m esta eventualidade sucede?

a) 0
b) 1
c) 2
d) 3
e) Infinitos

RESOLUÇÃO:

$$\begin{cases} senx - cosx = m \\ senx + cosx = m \end{cases} \rightarrow senx = m, cosx = 0$$

Assim $m = \pm 1$

2015.2

2) Sabendo que x pertence ao segundo quadrante e que cos $x = -0{,}80$, pode-se afirmar que

a) $cossec\ x = -1{,}666...$
b) $tg\ x = -0{,}75$
c) $sec\ x = -1{,}20$
d) $cotg\ x = 0{,}75$
e) $sen\ x = -0{,}6$

RESOLUÇÃO:

Como x pertence ao segundo quadrante, $senx > 0$ e $cosx < 0$:

$$sen^2x + cos^2x = 1 \rightarrow sen^2x = 1 - (-0{,}8)^2 = 0{,}36$$

$$senx = 0{,}6$$

Assim:

$$tgx = \frac{senx}{cosx} = \frac{0{,}6}{-0{,}8} = -0{,}75$$

2017.1

9) Assinale a alternativa correta:

a) equação $cosx = \frac{1}{2}$ tem duas raízes no intervalo $[0; \pi]$.
b) $senx + cosx \geq 1$ para todo x pertencente ao intervalo $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$.
c) $sen(120°) = \frac{1}{2}$.
d) O número de diagonais de um heptágono regular (polígono de 7 lados) é 12.
e) Duplicando-se o raio de uma esfera, seu volume quadruplica.

RESOLUÇÃO:

$$y = senx + cosx \rightarrow y^2 = sen^2x + cos^2x + 2senxcosx = 1 + sen(2x)$$

Como $sen(2x) \geq 0$ para $x \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$, então:

$$senx + cosx \geq 1 + 0 = 1$$

2017.2

6) Sabendo que x pertence ao segundo quadrante e que $senx = \frac{1}{4}$, podemos afirmar que $sen2x + cos2x$ é igual a:

a) $\frac{5-\sqrt{15}}{4}$
b) $\frac{7+\sqrt{15}}{8}$
c) 0
d) $\frac{7-\sqrt{15}}{8}$
e) $\frac{5+\sqrt{15}}{4}$

RESOLUÇÃO:

Como x pertence ao segundo quadrante e $sen^2x + cos^2x = 1$

$$cosx = -\sqrt{1-sen^2x} = -1\sqrt{1-\left(\frac{1}{4}\right)^2} \rightarrow cosx = -\frac{\sqrt{15}}{4}$$

A expressão pedida:

$$sen2x + \cos 2x = 2\text{senxcosx} + \cos^2 x - \text{sen}^2 x$$

$$= 2\left(\frac{1}{4}\right)\left(-\frac{\sqrt{15}}{4}\right) + \frac{15}{16} - \frac{1}{16}$$

$$\therefore sen2x + cos2x = \frac{7-\sqrt{15}}{8}$$

2018.1

11) No intervalo $[0,2\pi]$, as raízes da equação $4sen^3x - 8sen^2x + 5senx - 1 = 0$ têm por soma o número:

a) $\frac{5\pi}{6}$
b) π
c) $\frac{5\pi}{3}$
d) $\frac{7\pi}{6}$
e) $\frac{3\pi}{2}$

RESOLUÇÃO:

Tomando $y = senx$

$$4y^3 - 8y^2 + 5y - 1 = 0$$

Temos que $y = 1$ é raiz. Utilizando o algoritmo de Briot-Ruffini:

1	4	−8	5	−1
	4	−4	1	$\boxed{0}$

Assim:

$$(y-1)(4y^2 - 4y + 1) = (y-1)(2y-1)^2 = 0$$

Soluções:

$$y = 1 \;\; e \;\; y = \frac{1}{2}$$

$$senx = 1 \quad e \quad senx = \frac{1}{2}$$

Portanto:

$$x \in \left\{\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{2}, \frac{5\pi}{6}\right\}$$

$$\frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{2} + \frac{5\pi}{6} = \frac{3\pi}{2}$$

2019.1

10) Quantos pontos de máximo possui a função $f(x) = \left|2sen\left(\frac{1}{3}x\right)\right|$ no domínio dado por $D = \left\{x \,\epsilon \frac{R}{0} \leq x < 6\pi\right\}$?

a) 4
b) 2
c) 3
d) 1
e) 6

RESOLUÇÃO:

Se $sen\left(\frac{x}{3}\right) = \pm 1 \rightarrow máximo$

$$\therefore \frac{x}{3} = \frac{\pi}{2} + k\pi \rightarrow x = \frac{3\pi}{2} + 3k\pi$$

Como $0 \leq x \leq 6\pi$

$$k = 0 \rightarrow x = \frac{3\pi}{2}$$

$$k = 1 \rightarrow x = \frac{9\pi}{2}$$

$$k = 2 \rightarrow x > 6\pi \; (não \; serve)$$

Portanto, existem duas soluções.

2019.2

9) Uma das raízes da equação trigonométrica, na incógnita x, $\sum_{i=0}^{\infty}(cosx)^i = \frac{2}{2-\sqrt{3}}$ é:

$$\sum_{0}^{\infty}(cosx)^i = cosx + (cosx)^2 + (cosx)^3 + \cdots$$

$$= \frac{1}{1-cosx} = \frac{2}{2-\sqrt{3}}$$

$$cosx = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

Entre as alternativas, $x = \frac{11\pi}{6}$ possui cosseno igual a $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

7) Determine os dois valores de x, em graus e inteiros, mais próximos de 2011° , um menor que 2011° e o outro maior que 2011° , que satisfazem a equação: $2^{sen^2x} + 2^{cos^2x} = 2\sqrt{2}$

RESOLUÇÃO:

$$2^{sen^2x} + 2^{cos^2x} = 2\sqrt{2} \to 2^{sen^2x} + 2^{1-sen^2x} = 2\sqrt{2}$$

$$\to 2^{sen^2x} + \frac{2}{2^{sen^2x}} = 2\sqrt{2}$$

Tomando $y = 2^{sen^2x}$

$$y + \frac{2}{y} = 2\sqrt{2} \to y^2 - 2\sqrt{2}y + 2 = 0$$

$$y = \frac{2\sqrt{2} \pm \sqrt{8-8}}{2} = 2\sqrt{2} \to 2^{sen^2x} = \sqrt{2} = 2^{\frac{1}{2}}$$

$$\to sen^2x = \frac{1}{2} \to senx = \pm\frac{\sqrt{2}}{2} \to x = 45° + n.90°$$

Com $n \in \mathbb{N}$:

$$45° + n.90° > 2011° \to n > 21{,}8 \to n = 22$$
$$x_1 = 45° + 22.90° = 2025°$$
$$45° + n.90° < 2011° \to n < 21{,}8 \to n = 21$$
$$x_2 = 45° + 21.90° = 1935°$$

PROBABILIDADE

2012.2

12) Uma doença D atinge 1% de certa população. Um exame de sangue detecta a doença (dá resultado positivo) em 95% das pessoas que a têm. Por outro lado, o exame detecta erroneamente (dá resultado positivo) em 10% das pessoas que não a têm.

Se uma pessoa, escolhida ao acaso na população, fizer o exame e o resultado for positivo, a probabilidade de que ela tenha, de fato, a doença é aproximadamente:

a) 11%
b) 13%
c) 5%
d) 7%
e) 9%

RESOLUÇÃO:

Para uma população de 10000 pessoas:

	Doentes	Sadias	Total
Positivo	95	990	1085
Negativo	5	8910	8915
Total	100	9900	10000

A probabilidade pedida é:

$$\frac{95}{1085} \approx 0{,}087 = 8{,}7\%$$

2013.1

9) Quatro pessoas devem escolher ao acaso, cada uma, um único número entre os quatro seguintes: 1, 2, 3 e 4. Nenhuma fica sabendo da escolha da outra. A probabilidade de que escolham quatro números iguais é

a) $\frac{1}{256}$
b) $\frac{1}{128}$
c) $\frac{1}{64}$
d) $\frac{1}{32}$
e) $\frac{1}{16}$

RESOLUÇÃO:

As quatro pessoas podem escolher seus números de 4^4 maneiras diferentes. Apenas em 4 casos que os números serão iguais:

$$(1,1,1,1), (2,2,2,2), (3,3,3,3), (4,4,4,4).$$

Assim, a probabilidade é dada por:

$$\frac{4}{4^4} = \frac{1}{4^3} = \frac{1}{64}$$

2013.2

9) Uma urna contém quatro bolas de mesmo tamanho e peso, numeradas com os valores 2, 4, 6 e 8. Uma bola é sorteada da urna, tem seu número anotado e é reposta na urna; em seguida, outra bola é sorteada.

A probabilidade de que a média aritmética dos dois números sorteados seja menor que 5 é

a) 0,345
b) 0,355
c) 0,365
d) 0,375
e) 0,385

RESOLUÇÃO:

	2	4	6	8
2	(2,2)	(2,4)	(2,6)	(2,8)
4	(4,2)	(4,4)	(4,6)	(4,8)
6	(6,2)	(6,4)	(6,6)	(6,8)
8	(8,2)	(8,4)	(8,6)	(8,8)

A média dos dois números sorteados é menor que 5 nos 6 pares destacados. Assim, a probabilidade é dada por:

$$\frac{6}{16} = 0{,}375$$

2014.1

8) Dois eventos A e B de um espaço amostral são independentes. A probabilidade do evento A é $P(A)=0{,}4$ e a probabilidade da união de A com B é $P(A\cup B)=0{,}8$.

Pode-se concluir que a probabilidade do evento B é:

a) 5/6
b) 4/5
c) 3/4
d) 2/3
e) 1/2

RESOLUÇÃO:

Os eventos A e B são independentes:

$$P(A \cap B) = P(A).P(B)$$

Assim:

$$\begin{cases} P(A) = 0{,}4 \\ P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0{,}8 \\ P(A \cap B) = P(A).P(B) \end{cases}$$

$$\rightarrow 0{,}4 + P(B) - 0{,}4P(B) = 0{,}8 \rightarrow P(B) = \frac{2}{3}$$

2015.1

15) Uma prova consta de 6 testes de múltipla escolha, com 3 alternativas cada um e apenas uma correta.

Se um aluno “chutar” as respostas de cada teste, isto é, escolher como correta uma alternativa ao acaso em cada teste, a probabilidade de que acerte ao menos um teste é:

a) $\frac{665}{729}$
b) $\frac{660}{729}$
c) $\frac{655}{729}$
d) $\frac{650}{729}$
e) $\frac{645}{729}$

RESOLUÇÃO:

Probabilidade de acerto: $\frac{1}{3}$

Probabilidade de erro: $\frac{2}{3}$

Errar todos os testes:

$$\left(\frac{2}{3}\right)^6 = \frac{64}{729}$$

A probabilidade de acertar ao menos um teste:

$$1 - \frac{64}{729} = \frac{665}{729}$$

2016.1

13) A urna I tem duas bolas vermelhas, a urna II tem duas bolas brancas e a urna III tem uma bola branca e outra vermelha.

Sorteia-se uma urna e dela uma bola. Se a bola sorteada for vermelha, qual a probabilidade de que tenha vindo da urna I?

a) $\frac{4}{5}$
b) $\frac{2}{3}$
c) $\frac{1}{2}$
d) $\frac{5}{6}$
e) $\frac{3}{4}$

RESOLUÇÃO:

Cor da bola	Urna 1	Urna 2	Urna 3	Total
Vermelha	2	0	1	3
Branca	0	2	1	3

Das três bolas vermelhas, duas são da urna 1. Se a bola sorteada for vermelha, a probabilidade de ser da urna 1 é $\frac{2}{3}$

2016.2

12) Em uma urna, há 4 bolas vermelhas e 5 bolas brancas. Sorteando-se sucessivamente 3 bolas sem reposição, qual a probabilidade de observarmos bolas de cores diferentes?

a) 4/5
b) 6/7
c) 3/4
d) 5/6
e) 2/3

RESOLUÇÃO:

3 bolas vermelhas:

$$\frac{4}{9} \cdot \frac{3}{8} \cdot \frac{2}{7} = \frac{1}{21}$$

3 bolas brancas:

$$\frac{5}{9} \cdot \frac{4}{8} \cdot \frac{3}{7} = \frac{5}{42}$$

Bolas de cores diferentes:

$$1 - \frac{1}{21} - \frac{5}{42} = \frac{5}{6}$$

2017.1

Questão 1:

A probabilidade de não ocorrer o evento em NENHUMA empresa segurada é $(1-p)^{10}$. Portanto:

$$P = 1 - (1-p)^{10}$$

2017.2

12) Uma matriz A de ordem 2 transmite uma palavra de 4 letras em que cada elemento da matriz representa uma letra do alfabeto.

A fim de dificultar a leitura da palavra, por se tratar de informação secreta, a matriz A é multiplicada pela matriz $B = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ -5 & 2 \end{bmatrix}$ obtendo-se a matriz codificada B.A.

Sabendo que a matriz B.A é igual a $\begin{bmatrix} -10 & 27 \\ 21 & -39 \end{bmatrix}$, podemos afirmar que a soma dos elementos da matriz A é:

a) 46
b) 48
c) 49
d) 47
e) 50

RESOLUÇÃO:

$$B.A = \begin{bmatrix} -10 & 27 \\ 21 & -39 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ -5 & 2 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -10 & 27 \\ 21 & -39 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 3a - c & 3b - d \\ -5a + 2c & -5b + 2d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -10 & 27 \\ 21 & -39 \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} 3a - c = -10 \\ 3b - d = 27 \\ -5a + 2c = 21 \\ -5b + 2d = -39 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 15 \\ c = 13 \\ d = 18 \end{cases}$$

Assim:

$$1 + 15 + 13 + 18 = 47$$

10) Uma loteria consiste no sorteio de três números distintos entre os 20 números inteiros de 1 a 20; a ordem deles não é levada em consideração. Ganha um prêmio de R$100 000,00 o apostador que comprou o bilhete com os números sorteados. Não existem bilhetes com a mesma trinca de números. O ganho esperado do apostador que comprou um determinado bilhete é igual ao prêmio multiplicado pela probabilidade de ganho.

Quem apostou na trinca $\{4,7,18\}$ tem um ganho esperado de aproximadamente

a) R$88,00
b) R$89,00
c) R$90,00
d) R$91,00
e) R$92,00

RESOLUÇÃO:

$$C_{20,3} = \left(\frac{20!}{3!.17!}\right) = 1140$$

Probabilidade:

$$P = \frac{1}{C_{20,3}} = \frac{1}{1140}$$

Assim, o ganho esperado:

$$100000.\frac{1}{1140} = 87{,}72 \approx 88{,}00$$

2017.2

11) Um programa de auditório apresenta, em um de seus segmentos, um quadro que permite ao participante ganhar um aparelho de TV. O quadro tem as seguintes etapas:

1) Há quatro portas fechadas A, B, C e D, sendo que atrás de uma delas há uma TV, digamos a porta A.O participante não sabe onde está a TV.

2) O participante escolhe uma das quatro portas sem abri-la.

3) O apresentador do programa, que sabe onde está a TV, abre duas portas atrás das quais não se encontra a TV.

4) O apresentador dá ao participante a opção de ele permanecer com a porta já selecionada ou mudar para a outra porta ainda fechada.

5) Finalmente, a porta escolhida na etapa anterior é aberta; se atrás dela estiver a TV, o participante ganha o aparelho, caso contrário não ganha nada.

Valdemar é um participante que adotou a seguinte estratégia: na etapa 1, escolher ao acaso uma porta e, na etapa 4, mudar de porta. A probabilidade de Valdemar ganhar a TV é:

a) $\frac{5}{6}$
b) $\frac{1}{2}$
c) $\frac{3}{4}$
d) $\frac{4}{5}$
e) $\frac{2}{3}$

RESOLUÇÃO:

Valdemar ganhará a TV se escolher a porta errada no primeiro momento e trocar pela porta certa. Portanto:

$$P = \frac{3}{4}$$

2018.1

10) Uma urna I contém cinco bolinhas idênticas numeradas com os valores 2, 3, 4, 5 e 6. Outra urna II contém três bolinhas idênticas numeradas com os valores 1, 3 e 5.

Uma bolinha é sorteada de cada urna e são observados os seus números. A probabilidade de que o produto deles seja par é:

a) 54
b) 0,40
c) 0,48
d) 0,60
e) 0,72

RESOLUÇÃO:

Produto par → pelo menos 1 par = Total − ambas ímpares

$$P = 1 - P_{2\,ímpares} = 1 - \frac{2}{5}.1 = \frac{3}{5} = 0{,}6$$

2018.2

13) Quantas vezes, no mínimo, deve-se lançar um dado honesto para que a probabilidade de “sair um 5” pelo menos uma vez seja maior que 0,9?

Adote para log 2 o valor 0,3 e para log 3 o valor 0,48.

a) 11
b) 14
c) 10
d) 13
e) 12

RESOLUÇÃO:

Pelo menos uma vez = Total − Não sair

$$P = 1 - P_{\tilde{n}\ sair} = 1 - \left(\frac{5}{6}\right)^n > 0{,}9$$

$$\left(\frac{5}{6}\right)^n < 0{,}1 = 10^{-1} \rightarrow \log\left(\frac{5}{6}\right)^n < \log 10^{-1}$$

$$\rightarrow n[\log 5 - \log 6] < -1$$

$$n\left[\log\left(\frac{10}{2}\right) - \log 2 - \log 3\right] < -1$$

$$\rightarrow n[1 - 2\log 2 - \log 3] < -1$$

$$n[1 - 0{,}6 - 0{,}48] < -1 \rightarrow n(-0{,}08) < -1 \rightarrow n > \frac{1}{0{,}08} = 12{,}5$$

$$n_{mín} = 13$$

2019.1

8) Um dado é lançado duas vezes em uma mesa e são observados os números da face de cima.

Sejam os eventos:

A: a soma dos números observados é 6.

B: o número 2 é observado ao menos uma vez. A probabilidade condicional P (B /A) é:

a) $\frac{1}{5}$
b) $\frac{2}{5}$
c) $\frac{1}{2}$
d) $\frac{3}{5}$
e) $\frac{4}{5}$

RESOLUÇÃO:

$$P(A) = \frac{5}{36}$$

Probabilidade condicional:

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{\frac{2}{36}}{\frac{5}{36}}$$

$$P(B|A) = \frac{2}{5}$$

2020.1

7) Uma urna contém 4 bolinhas numeradas com os números 1, 3, 5 e 7. Uma bolinha é sorteada ao acaso, tem seu número observado e é recolocada na urna.

Em seguida, uma segunda bolinha é sorteada ao acaso.

Considere as seguintes probabilidades:

p_1: probabilidade de que o número da 1ª bolinha esteja entre 4 e 6, excluindo 4 e 6.

p_m: probabilidade de que a média aritmética dos dois números sorteados esteja entre 4 e 6, excluindo 4 e 6.

O valor de $p_1 + p_m$ é:

a) $\frac{8}{16}$
b) $\frac{6}{16}$
c) $\frac{7}{16}$
d) $\frac{5}{16}$
e) $\frac{9}{16}$

RESOLUÇÃO:

$$p_1 = \frac{1}{4}$$

Para que a média esteja entre 4 e 6, e lá deve ser 5, o que pode correr com $(5{,}5), (3{,}7)$ e $(7{,}3)$:

$$p_M = \frac{3}{16}$$

Portanto:

$$p_1 + p_M = \frac{7}{16}$$

2020.2

7) Uma urna I contém duas bolas idênticas, sendo uma branca e uma preta. Uma outra urna II contém quatro bolas idênticas, sendo três brancas e uma preta.

Uma urna é sorteada e, dela, uma bola é sorteada. Sabendo que essa bola é branca, a probabilidade de que a urna sorteada tenha sido a I é

a) 30%
b) 20%
c) 35%
d) 25%
e) 40%

RESOLUÇÃO:

Eventos:

I: sair da urna I
B: sair uma bola branca

$$P(I) = \frac{1}{2}$$

$$P(B) = \frac{1}{2}\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\frac{3}{4} = \frac{5}{8}$$

$$P(B/I) = \frac{1}{2}$$

Para probabilidades condicionais:

$$P\left(\frac{I}{B}\right) = \frac{P(I)}{P(B)} P\left(\frac{B}{I}\right) = \frac{\left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{2}\right)}{\frac{5}{8}} = \frac{2}{5} = 40\%$$

2022.1

6) Três amigas, Ana, Bete e Carla, costumam usar um jogo simples para decidir questões cotidianas. Nesse jogo, os participantes, ao sinal do "1,2,3, já!", apresentam suas mãos simultaneamente, que podem estar fechadas, indicando o número 0, ou podem estar com apenas o indicador aberto, indicando o número 1. Somam-se os três números apresentados e calcula-se o resto da divisão dessa soma por 3. A ganhadora do jogo de acordo com o resto é:

Resto 0 → Ana.
Resto 1 → Bete.
Resto 2 → Carla.

Suponha que cada jogadora escolha jogar 0 ou 1 ao acaso. A probabilidade de Ana ganhar o jogo é:

a) 33%
b) 30%
c) 50%
d) 36%
e) 25%

RESOLUÇÃO:

Primeiramente vamos analisar cada uma das somas.

1° Caso:

Soma igual a 0.

Ana, Bete e Carla ficam de mão fechadas (1 possibilidade) e Ana vence.

2° Caso:

Duas ficam com a mão fechada e uma fica com mão aberta (3 possibilidades) e Bete ganha.

3° Caso:

Soma igual a 2.

Uma fica com a mão aberta e duas ficam com a mão aberta (3possibilidade) e Carla ganha.

4° Caso:

As três ficam com a mão aberta (1 possibilidade) e Ana ganha.

A probabilidade pedida é:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{1+1}{1+3+3+1} = \frac{1}{4} = 25\%$$

14) Denilson tem dois dados: um no formato de um tetraedro regular com as faces numeradas de 1 a 4 e outro no formato cúbico com as faces numeradas de 1 a 6. Em cada um dos dados, a probabilidade de ocorrência de cada uma de suas faces ao ser lançado é a mesma. Denilson lança os dois dados simultaneamente. A probabilidade de o número obtido no dado cúbico ser maior do que o número obtido no dado tetraédrico é

a) $\frac{5}{12}$
b) $\frac{7}{12}$
c) $\frac{2}{3}$
d) $\frac{1}{2}$
e) $\frac{3}{4}$

RESOLUÇÃO:

Analise a tabela a seguir

Tetraedro (T) \ Cubo (C)	1	2	3	4	5	6
1	=	>	>	>	>	>
2	<	=	>	>	>	>
3	<	<	=	>	>	>
4	<	<	<	=	>	>

Podemos perceber que o espaço amostral é 24 e que a quantidade de casos válidos é 14. A probabilidade pedida é:

$$P(c > t) = \frac{14}{24} = \frac{7}{12}$$

2022.2

1) Na academia de ginástica GinGym, há atualmente 200 alunos. Todos estão matriculados em Musculação ou Yoga. Desses,110 estão matriculados apenas nas aulas de Musculação, e 70 estão matriculados apenas aulas de Yoga. O mês corrente éo aniversário de GinGym e, para comemorar (e alavancar a academia nas redes sociais), será feito um sorteio, escolhendo aleatoriamente um entre seus 200 alunos. Este aluno terá gratuidade por um ano em todas as atividades em que está atualmente matriculado.

A probabilidade de que esteja matriculado nas duas atividades é:

a) 5%
b) 7%
c) 10%
d) 15%
e) 20%

(11) 99771-6133
bne_edu

RESOLUÇÃO:

Musculação: M

Yoga: Y

$$n\,(M - Y) = 110$$

$$n\,(Y - M) = 70$$

$$n\,(M \cup Y) = 200$$

Ou seja, SOMENTE 110 alunos fizeram Musculação e SOMENTE 70 alunos fizeram Yoga. Logo, pelo Diagrama de Venn,temos:

$$n\,(M \cup Y) = n(M) + n(Y) - n\,(M \cap Y)$$

$$200 = 110 + x + 70 + x - x$$

$$x = 20$$

Logo, a probabilidade pedida é:

$$P(M \cap Y) = \frac{(M \cap Y)}{n(M \cup Y)} = \frac{20}{200} = 10\%$$

MATEMATICA FINANCEIRA

2012.2

1) Em um período de grande volatilidade no mercado, Rosana adquiriu um lote de ações e verificou, ao final do dia, que ele sofrera uma valorização de 8% em relação ao preço pago na compra. No final do

dia seguinte, o mesmo lote sofrera uma desvalorização de 6% em relação ao valor do final do dia anterior; nesse momento, isto é, no final do segundo dia, Rosana decidiu vender o lote e recebeu por ele R$10 152,00.

Entre a compra e a venda, ela ganhou x reais. A soma dos algarismos de x é:

a) 5
b) 6
c) 7
d) 8
e) 9

RESOLUÇÃO:

Valor das ações adquiridas: C

Então:

$$C.1{,}08.0{,}94 = 10152 \rightarrow C = 10000$$

Entre compra e venda, o ganho foi de x:

$$x = 10152 - 10000 = 152$$

A soma dos algarismos é $1 + 5 + 2 = 8$

6) Aplicando 1 real a juros compostos durante 12 anos, obtém-se um montante de 64 reais. Usando a tabela abaixo, pode-se dizer que a taxa anual de juros é:

x	1	2	3	4	5	6
$\sqrt{x}$	1	1,4142	1,7321	2	2,2361	2,4495

a) 41,42%
b) 73,21%
c) 100%
d) 123,61%
e) 144,95%

RESOLUÇÃO:

Taxa de juros anual: i

$$1.(1+i)^{12} = 64 \rightarrow 1+i = 64^{\frac{1}{12}} = \sqrt{2} \rightarrow 1+i = 1{,}4142$$

$$i = 0{,}4142 = 41{,}42\%$$

2013.1

4) Se uma pessoa faz hoje uma aplicação financeira a juros compostos, daqui a 10 anos o montante M será o dobro do capital aplicado C.

Utilize a tabela abaixo.

x	0	0,1	0,2	0,3	0,4
2^x	1	1,0718	1,1487	1,2311	1,3195

Qual é a taxa anual de juros?

a) 6,88%
b) 6,98%
c) 7,08%
d) 7,18%
e) 7,28%

Taxa anual: i

$$C.(1+i)^{10} = 2C \rightarrow (1+i)^{10} = 2 \rightarrow 1+i = 2^{\frac{1}{10}} = 2^{0,1} = 1{,}0718$$

$$1+i = 1{,}0718 \rightarrow i = 0{,}0718 = 7{,}18\%$$

2013.2

2) Um capital **C** de R$ 2 000,00 é aplicado a juros simples à taxa de 2% ao mês. Quatro meses depois, um outro capital **D** de R$ 1 850,00 também é aplicado a juros simples, à taxa de 3% ao mês. Depois de **n** meses, contados a partir da aplicação do capital **C**, os montantes se igualam.

Podemos afirmar que a soma dos algarismos de **n** é

a) 10
b) 9
c) 8
d) 7
e) 6

RESOLUÇÃO:

Durante n meses de aplicação, juro:

$$\frac{2000.2.n}{100}$$

Montante:

$$2000 + \frac{2000.2.n}{100} = 2000 + 40n$$

Durante $n-4$ meses de aplicação, montante:

$$1850 + \frac{1850.3.(n-4)}{100} = 1628 + 55{,}5n$$

Os montantes se igualam:

$$2000 + 40n = 1628 + 55{,}5n \rightarrow n = 24$$

Assim:

$$2 + 4 = 6$$

2014.2

9) Uma televisão é vendida em duas formas de pagamento:

- Em uma única prestação de R$2 030,00, um mês após a compra.
- Entrada de R$400,00 mais uma prestação de R$1 600,00, um mês após a compra.

Sabendo que a taxa de juros do financiamento é a mesma nas duas formas de pagamento, pode-se afirmar que ela é igual a

a) 7% ao mês.
b) 7,5% ao mês.
c) 8% ao mês.
d) 8,5% ao mês.
e) 9% ao mês.

RESOLUÇÃO:

Preço de venda à vista: v

Taxa mensal de juros: $i\%$

$$\begin{cases} (100+i)\%v = 2030 \\ (100+i)\%.(v-400) = 1600 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} (100+i)\%.v - 400(100+i)\% = 1600 \\ (100+i)\%.v = 2030 \end{cases}$$

$$2030 - 400(100+i)\% = 1600 \rightarrow (100+i)\% = 1{,}075 \rightarrow i = 7{,}5$$

2015.2

1) Fabiana recebeu um empréstimo de R$15 000,00 a juros compostos à taxa de 12% ao ano. Um ano depois, pagou uma parcela de R$7 800,00; após mais um ano, pagou mais uma parcela de R reais e liquidou a dívida.

Podemos afirmar que R pertence ao intervalo:

a) [10 050; 10 100]
b) [10 100; 10 150]
c) [10 150; 10 200]
d) [10 200; 10 250]
e) [10 250; 10 300]

RESOLUÇÃO:

Dívida de Fabiana após um ano:

$$15000.1{,}2 = 16800$$

Pagou 7800:

$$16800 - 7800 = 9000$$

Após mais um ano:

$$9000.1{,}12 = 10080$$

Este valor pertence ao intervalo $[10050; 10100]$

6) A que taxa mensal de juros um capital deve ser aplicado a juros simples, durante 250 meses, para que quadruplique?

a) 1,4%
b) 1,5%
c) 1,3%
d) 1,6%
e) 1,2%

RESOLUÇÃO:

$$C.\left(\frac{i}{100}\right).250 = 3C \rightarrow \frac{i}{100}.250 = 3 \rightarrow i = \frac{300}{250} = 1{,}2$$

2016.1

3) Em determinado período em que 1 dólar valia R$3,20, o custo de produção em reais de um bem exportável era assim constituído: 20% em matéria-prima e 80% em mão de obra.

Se o preço da matéria-prima subir 5% e o da mão de obra subir 10%, ambos em reais, qual deverá ser, aproximadamente, em reais, o valor de 1 dólar para que o custo de produção em dólares permaneça constante?

a) 3,47
b) 3,41
c) 3,45
d) 3,43
e) 3,49

RESOLUÇÃO:

Custo de produção: C

Preço da matéria prima: $0{,}2C$

Mão de obra: $0{,}8C$

Novo preço:

$$C_f = 1{,}05.0{,}2C + 1{,}1.0{,}8C = 1{,}09C$$

Para que o custo de produção permaneça constante, o valor do dólar deverá ser:

$$1{,}09.3{,}20 \approx 3{,}49$$

7) Sejam 0 e 1 dois anos consecutivos. Em um país sem inflação, suponha que no ano 0 o PIB (Produto Interno Bruto) seja 1000 e a dívida pública seja 600; portanto a relação dívida/PIB é 600/1000, ou seja 60%. Se o PIB crescer 2% ao ano e a taxa de juros da dívida pública for 4% ao ano, quanto o governo deverá economizar (isto é, ter um superávit de receitas menos despesas) no ano 1 para que a relação dívida/PIB fique estabilizada em 60%?

Nota: a dívida pública, no ano 1, cresce em relação à do ano 0 pela incorporação dos juros e diminui pelo superávit do ano 1.

a) 24
b) Zero
c) 12
d) 6
e) 18

RESOLUÇÃO:

Ano 0: $Dívida = 600$ e $PIB = 1000$

Aumento de 2% ao ano: $PIB = 1{,}02.1000 = 1020$

Superávit de x durante este ano, a dívida, que teve um acréscimo de 4% de juros, será:

$$1{,}04.600 - x$$

Para que a relação dívida/PIB se mantenha como 60%:

$$1{,}04.600 - x = 0{,}6.1020 \rightarrow x = 12$$

10) Ao aplicar hoje 100 mil reais a juros compostos a uma taxa de juros anual positiva, Jaime receberá 60 mil reais daqui a um ano e 55 mil reais daqui a dois anos. Se a mesma aplicação fosse feita por dois anos a juros compostos e à mesma taxa anterior, Jaime receberia:

a) 127 mil reais.
b) 118 mil reais.
c) 121 mil reais.
d) 115 mil reais.
e) 124 mil reais.

RESOLUÇÃO:

$$[100(1+i) - 60](1+i) = 55$$

$$20(1+i)^2 - 12(1+i) - 11 = 0$$

$$(1+i) = \frac{11}{10} \; ou \; (1+i) = -\frac{1}{2} \; (não\ serve)$$

$$1 + i = \frac{11}{10} = 1{,}1 \rightarrow i = 0{,}1 = 10\%$$

Aplicando os 100 mil reais durante dois anos:

$$100(1+i)^2 = 100(1{,}1)^2 = 121\ mil\ reais$$

2016.2

1) Uma loja reajustou em 20% o preço de certo modelo de televisão. Todavia, diante da queda nas vendas, a loja pretende dar um desconto sobre o preço reajustado de modo a voltar ao preço inicial. Expresso em porcentagem, esse desconto é igual a

a) 17,33%
b) 20%
c) 19,33%
d) 18%
e) 16,67%

RESOLUÇÃO:

$$(1{,}2x)(1-i) = x \rightarrow 1 - i = \frac{1}{1{,}2} \rightarrow 1 - i = 0{,}833\ldots$$

$$\rightarrow i = 0{,}1667$$

$$i \approx 16{,}67\%$$

3) Um capital aplicado a juros compostos a uma certa taxa anual de juros dobra a cada 7 anos. Se, hoje, o montante é R$250 000,00, o capital aplicado há 28 anos é um valor cuja soma dos algarismos vale

a) 20
b) 17
c) 19
d) 21
e) 18

RESOLUÇÃO:

$$x(1+i)^7 = 2x \rightarrow (1+i)^7 = 2$$

$$y(1+i)^{28} = 250000 \rightarrow y[(1+i)^7]^4 = 250000$$

$$y(2)^4 = 250000$$

$$y = 15625$$

Queremos a soma dos algarismos:

$$1+5+6+2+5 = 19$$

15) Um investidor brasileiro analisa duas opções de aplicação de seu capital em reais por um ano:

1ª opção: Aplicar o capital em reais no Brasil ganhando 15% ao ano.

2ª opção: Converter seu capital de reais para dólares, aplicar o valor obtido nos EUA por um ano à taxa de 2% ao ano e, em seguida, trocar os dólares por reais.

Considerando os dados abaixo:

- 1 dólar na data de aplicação vale A reais,
- 1 dólar na data do recebimento do montante vale B reais,

para que as duas aplicações resultem em um mesmo montante em reais devemos ter:

a) $B = 1{,}17A$
b) $B = (log13).A$
c) $B = \frac{1{,}15}{1{,}02}A$
d) $B = (1{,}15)(1{,}02)A$
e) $B = A$

RESOLUÇÃO:

Capital: C

Depois de um ano: $1{,}15C$

$$C\ reais = \frac{C}{A}\ dolares$$

Um ano depois, em dólares,

$$\frac{C}{A}.1{,}02$$

Este montante em reais:

$$\frac{C}{A}.1{,}02.B$$

Como as duas opções devem fornecer o mesmo montante:

$$1{,}15C = \frac{C}{A}.1{,}02.B \rightarrow \frac{B}{A} = \frac{1{,}15}{1{,}02}$$

$$B = \frac{1{,}15}{1{,}02}A$$

2017.1

5) Um capital de R$5 000,00 cresce em uma aplicação financeira de modo que seu montante daqui a t anos será $M = 5\,000e^{0{,}2t}$

Ao término do primeiro ano, o capital inicial terá crescido:

a) 10,52%
b) 22,14%
c) 34,99%
d) 49,18%
e) 64,87%

O custo médio de produção é igual ao custo total dividido pela quantidade produzida.

RESOLUÇÃO:

$$M(1) = 5000.e^{0{,}2.1} = 5000.e^{0{,}2} = 5000.1{,}2214$$
$$= 5000(1+0{,}2214)$$

Crescimento de 22,14%

14) Uma empresa fabrica um único produto a um custo variável por unidade igual a R$60,00 e um custo fixo mensal de R$12 000,00. Em períodos normais, a capacidade máxima de produção é de 500 unidades por mês, e a produção é totalmente vendida; nessas condições, o preço de venda é fixado em 40% acima do custo médio de produção. Em períodos de recessão, as vendas caem, atingindo apenas 80% da capacidade máxima de produção. Mantendo-se na recessão o mesmo preço vigente em períodos normais, ele será x% superior ao novo custo médio por unidade.

O valor de x é aproximadamente igual a:

a) 39%
b) 37%
c) 35%
d) 33%
e) 31%

Custo médio de produção:

$$\frac{60.500 + 12000}{500} = 84$$

Preço de venda:

$$84.1{,}40 = 117{,}60$$

Custo médio de produção (recessão):

$$\frac{60.0{,}8.500 + 12000}{0{,}8.500} = 90$$

Mantendo o mesmo preço de venda:

$$\left(\frac{117{,}60}{90} - 1\right)\% = \frac{27{,}60}{90}\% \approx 31\%$$

2017.2

8) Um capital de R$5 000,00 é aplicado a juros compostos à taxa de juro de 50% ao ano. Simultaneamente, um outro capital de R$500,00 também é aplicado a juros compostos à taxa de juro de 100% ao ano. Depois de quanto tempo de aplicação os montantes serão iguais?

(Adote os valores: log 2 = 0,301 e log 3 = 0,477)

a) 8 anos.
b) 6,8 anos.
c) 7,2 anos.
d) 6,4 anos.
e) 7,6 anos.

RESOLUÇÃO:

$$M_1 = 5000(1 + 0{,}5)^t = 5000.1{,}5^t$$

$$M_2 = 500.\,(1 + 1)^t = 500.2^t$$

$$M_1 = M_2 \to 5000.1{,}5^t = 500.2^t \to 10.1{,}5^t = 2^t$$

$$\log(10.1{,}5^t) = \log 2^t \to 1 + t.\log 1{,}5 = t.\log 2$$

$$1 + t(\log 3 - \log 2) = t.\log 2$$

$$1 + t(0{,}477 - 0{,}301) = t.\,0{,}301 \to 0{,}125.\,t = 1$$

$$t = 8$$

9) Um capital de R$5 000,00 é aplicado a juros simples e taxa de juro de 2% ao mês. Cinco meses depois, outro capital de R$4 000,00 é aplicado também a juros simples à taxa de juro de 3,75% ao mês.

As aplicações são mantidas até que os montantes se igualem e isto ocorre após n meses da segunda aplicação. Podemos afirmar que n é

a) maior que 35.
b) par.
c) divisível por 11.
d) primo.
e) múltiplo de 7.

RESOLUÇÃO:

$$M_1 = 5000 + \frac{5000.2.(n+5)}{100} = 100n + 5500$$

$$M_2 = 4000 + \frac{4000.3{,}75.n}{100} = 150n + 4000$$

$$M_1 = M_2 \rightarrow 100n + 5500 = 150n + 4000 \rightarrow n = 30$$

2018.1

3) A renda líquida mensal x (em reais) de uma família pode ser decomposta em duas parcelas: o consumo e a poupança. A poupança é a parte da renda líquida que não é utilizada para consumo.

Admitindo que o consumo C seja uma função do primeiro grau de x e que, quando a renda líquida é R$8 000,00, o consumo é R$8 000,00, e, quando a renda líquida é R$12 000,00, o consumo é R$10 000,00, podese afirmar que a poupança P em função de x é:

a) $P = 0{,}5x - 3\,500$
b) $P = 0{,}5x - 4\,000$
c) $P = 0{,}5x - 5\,000$
d) $P = 0{,}5x - 4\,500$
e) $P = 0{,}5x - 5\,500$

RESOLUÇÃO:

$$R = C + P \rightarrow P = R - C$$

$$\begin{cases} P_1 = 8000 - 8000 = 0 \\ P_2 = 12000 - 10000 = 2000 \end{cases}$$

Queremos P em função de R:

$$(8000{,}0), (12000{,}2000)$$

$$P(x) = ax + b$$

Portanto:

$$a = \frac{2000 - 0}{12000 - 8000} = 0{,}5$$

Com um dos pontos da função:

$$0 = 8000.\frac{1}{2} + b \rightarrow b = -4000$$

Enfim:

$$P(x) = 0{,}5x - 4000$$

7) Uma impressora é vendida por R$600,00 em duas parcelas sem acréscimo, sendo a primeira de R300,00 no ato da compra e a outra, três meses depois.

O preço para pagamento à vista é R$580,00.

No pagamento em duas parcelas, a taxa mensal de juros simples utilizada é de, aproximadamente:

a) 2,65%
b) 1,96%
c) 2,38%
d) 2,49%
e) 2,15%

RESOLUÇÃO:

$$300 = 280(1 + 3i) \rightarrow 1{,}0714 = 1 + 3i$$

$$i \approx 2{,}38\%$$

2018.2

2) A que taxa anual de juros um capital deve ser aplicado a juros simples, durante 20 meses, para que o montante seja igual a 130% do capital aplicado?

a) 17%
b) 19%
c) 18%
d) 18,5%
e) 17,5%

RESOLUÇÃO:

$$M = C_0\left(1 + \frac{20}{12}i\right) \rightarrow 1{,}3C_0 = C_0\left(1 + \frac{20}{12}i\right)$$

$$1{,}3 = 1 + \frac{20}{12}i \rightarrow 0{,}3 = \frac{20}{12}i \rightarrow i = \frac{0{,}3.12}{20}$$

$$i = 18\%$$

2019.2

Questão 1:

$$\begin{cases} x.1{,}2 + y(1{,}2)^2 - 200 = J \\ (1{,}2)^2 y = 2.x.1{,}2 \rightarrow x = 0{,}6y \\ x + y = 200 \end{cases}$$

$$x + y = 200 \rightarrow 0{,}6y + y = 200 \rightarrow 1{,}6y = 200 \rightarrow y = 125$$

$$x = 0{,}6.125 = 75$$

Portanto:

$$J = 75.1{,}2 + 125(1{,}2)^2 - 200$$

$$J = 70$$

2020.1

3) Estima-se que em cada um dos próximos 5 anos o PIB de um país cresça 5%. Qual deverá ser a taxa de crescimento x constante, em cada um dos 5 anos seguintes, para que o PIB dobre daqui a 10 anos, em relação ao deste ano?

a) 8,7% aproximadamente
b) 10,4% aproximadamente
c) 9,5% aproximadamente
d) 9,1% aproximadamente
e) 9,9% aproximadamente

Use a tabela:

m	0	1/2	1/3	1/4	1/5
2^m	1,00	1,41	1,26	1,19	1,15

RESOLUÇÃO:

$$2P = P(1 + 0{,}05)^5(1 + x)^5 \rightarrow 2 = (1 + 0{,}05)^5(1 + x)^5$$

$$\therefore 2^{\frac{1}{5}} = (1{,}05)(1 + x) \rightarrow 1{,}15 = 1{,}05(1 + x)$$

$$\therefore 1 + x \approx 1{,}095$$

$$\therefore x \approx 9{,}5\%$$

4) Um capital de R$1 000,00 foi aplicado a juros compostos de taxa positiva durante dois anos. Sabendo que o montante final foi R$1 155,00 e que a taxa de juro do 2° ano foi o dobro da taxa do 1° ano, pode-se afirmar que a taxa de juro do 2° ano foi:

a) 8%
b) 7%
c) 9%
d) 6%
e) 10%

RESOLUÇÃO:

$$1155 = 100(1 + i)(1 + 2i) \rightarrow 1{,}155 = 1 + 3i + 2i^2$$

$$\therefore 2i^2 + 3i - 0{,}155 = 0$$

Resolvendo a equação do segundo grau e tomando somente a solução positiva:

$$i \approx 0{,}05 = 5\%$$

Portanto, no segundo ano:

$$2i = 10\%$$

2020.2

2) Uma indústria química produz certa matéria-prima a um custo fixo mensal de R$300.000,00 e um custo variável por quilograma igual a R$7.000,00. Sabendo que o custo variável por quilograma é 80% do preço de venda por quilograma, obtenha a quantidade mensal que deve ser produzida e vendida para que o lucro mensal seja de R$50.000,00.

a) 210kg.
b) 200kg.
c) 190kg.
d) 205kg.
e) 195kg.

RESOLUÇÃO:

$$Preço\ de\ venda * 80\% = 7000$$

$$\therefore Preço\ de\ venda = \frac{7000}{0,8} = 8750\ por\ kilograma$$

Custo: $C = 300000 + 7000Q$
Receita: $R = 8750Q$
Lucro: $L = R - C = 8750Q - (300000 + 7000Q)$

$$\therefore L = 1750Q - 300000$$
$$\therefore 50000 = 1750Q - 300000$$
$$\therefore Q = 200\ kg$$

15) Um investidor brasileiro aplicou R$ 135.000,00 em um país europeu no momento em que o valor de 1 euro era 4,50 reais. A aplicação em euros foi feita pelo período de 1 ano à taxa de juros de −1% ao ano.

O montante recebido em euros foi convertido para reais à taxa cambial de 1 euro por 4,70 reais.

A quantia recebida pelo investidor, em reais, foi um número cuja soma de seus algarismos é:

a) 28
b) 25
c) 27
d) 29
e) 26

RESOLUÇÃO:

1 euro = 4,5 reais → 135000 reais = 30000 euros

$$M = C_0(1+i)^1 \rightarrow M = 30000(1 - 0,01)^1$$

$$\therefore M = 29700\ euros \rightarrow 139590\ reais$$

$$\therefore 1 + 3 + 9 + 5 + 9 + 0 = 27$$

2022.2

12) Gabriel e Júlia investiram dinheiro em criptomoedas durante dois anos e tiveram sorte: os rendimentos foram muito bons.

Gabriel investiu R$ 1000,00 em uma criptomoeda nova, que rende 80% no primeiro ano e 25% no ano seguinte. Júlia também investiu R$ 1000,00, em uma criptomoeda mais estável, que manteve taxas de rendimento constantes nestes dois anos. Ao final desse período, Gabriel e Júlia estavam exatamente com o mesmo dinheiro. A taxa de rendimento anual da criptomoeda escolhida pela Júlia foi de:

a) 40%
b) 45%
c) 50%
d) 55%
e) 52%

RESOLUÇÃO:

Gabriel: $1000 \cdot (1 + 0,8)^1 \cdot (1 + 0,25)^1$
Júlia: $1000 \cdot (1 + i)^2$

Assim, para Gabriel e Júlia terem o mesmo dinheiro, temos que:

$$1000 \cdot (1 + 0,8)^1 \cdot (1 + 0,25)^1 = 1000 \cdot (1 + i)^2$$
$$1,8 \cdot 1,25 = (1 + i)^2$$
$$2,25 = (1 + i)^2$$

Extraindo a raiz quadrada de 2,25, temos:

$$1,5 = 1 + i$$
$$i = 0,5$$

Ou seja, i = 50%

ANÁLISE COMBINATÓRIA

2014.2

7) Em uma urna há 72 bolas idênticas, mas com cores diferentes. Há bolas brancas, vermelhas e pretas. Ao sortearmos uma bola da urna, a probabilidade de ela ser branca é 1/4 e a probabilidade de ela ser vermelha é 1/3.

A diferença entre o número de bolas pretas e o número de bolas brancas na urna é

a) 12
b) 10
c) 8
d) 6
e) 4

RESOLUÇÃO:

Bolas brancas: b, vermelhas: v, pretas: p

$$\begin{cases} \dfrac{b}{72} = \dfrac{1}{4} \\ \dfrac{v}{72} = \dfrac{1}{3} \\ b + v + p = 72 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} b = 18 \\ v = 24 \\ p = 30 \end{cases}$$

Assim:

$$p - b = 30 - 18 = 12$$

2015.2

9) Um estádio tem 5 portões. De quantas formas ele pode ser aberto ao público ficando com pelo menos dois portões abertos?

a) 28
b) 26
c) 32
d) 24
e) 30

RESOLUÇÃO:

Pelo menos 2 = 2, 3, 4 ou 5:

$$C_{5,2} + C_{5,3} + C_{5,4} + C_{5,5} = 10 + 10 + 5 + 1 = 26$$

2017.1

10) Uma loteria consiste no sorteio de três números distintos entre os 20 números inteiros de 1 a 20; a ordem deles não é levada em consideração. Ganha um prêmio de R$100 000,00 o apostador que comprou o bilhete com os números sorteados. Não existem bilhetes com a mesma trinca de números. O ganho esperado do apostador que comprou um determinado bilhete é igual ao prêmio multiplicado pela probabilidade de ganho.

Quem apostou na trinca $\{4,7,18\}$ tem um ganho esperado de aproximadamente

a) R$88,00
b) R$89,00
c) R$90,00
d) R$91,00
e) R$92,00

RESOLUÇÃO:

$$C_{20,3} = \left(\frac{20!}{3!.17!}\right) = 1140$$

Probabilidade:

$$P = \frac{1}{C_{20,3}} = \frac{1}{1140}$$

Assim, o ganho esperado:

$$100000.\frac{1}{1140} = 87,72 \approx 88,00$$

2018.1

8) Uma senha é formada por 8 caracteres, permutando-se os elementos do conjunto $\{a, b, c, d, e, 1,3,5\}$. Quantas senhas diferentes podem ser formadas de modo que na 2ª posição haja uma letra e na 6ª posição um algarismo?

a) 40 320
b) 10 800
c) 720
d) 4 320
e) 14 400

RESOLUÇÃO:

	___	Letra	___	___	___	Algarismo	___	___
Nº de opções	6	5	5	4	3	3	2	1

Portanto, temos:

$$6 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 10800 \; opções$$

2019.1

7) Uma família de 6 pessoas decidiu formar grupos de WhatsApp entre seus elementos. Quantos grupos podem ser formados com ao menos 3 pessoas?

a) 57
b) 26
c) 22
d) 42
e) 34

RESOLUÇÃO:

Ao menos 3 pessoas = 3, 4, 5 ou 6 pessoas

$$C_{6,3} + C_{6,4} + C_{6,5} + C_{6,6}$$

$$\frac{6!}{3!\,3!} + \frac{6!}{4!\,2!} + \frac{6!}{5!\,1!} + \frac{6!}{6!\,0!} = 42$$

2020.1

6) Dez pessoas, entre elas Gilberto e Laura, pretendem formar uma comissão com quatro membros escolhidos entre os dez.

Quantas comissões são possíveis se Gilberto e Laura podem ou não comparecer, mas nunca juntos na mesma comissão?

a) 182
b) 45
c) 240
d) 100
e) 70

RESOLUÇÃO:

Total – Os dois juntos:

$$C_{10,2} - C_{8,2} = \frac{10!}{6!\,4!} - \frac{8!}{6!\,2!} = 210 - 28 = 182$$

2020.2

6) Em certo país, as placas de automóveis são formadas por 3 letras seguidas de 4 algarismos. Seja x o número de placas que podem ser construídas que tenham as seguintes características:

Sejam utilizadas apenas as letras C, D, E, F, G e H com cada letra aparecendo no máximo uma vez na placa. Entre os algarismos de 0 a 9 possa haver repetição. Comecem por F e terminem por 4.

Podemos afirmar que:

a) $15\,000 \leq x < 16\,000$
b) $16\,000 \leq x < 17\,000$
c) $17\,000 \leq x < 18\,000$
d) $18\,000 \leq x < 19\,000$
e) $x \geq 19\,000$

RESOLUÇÃO:

$\boxed{F}$	___	___	___	___	___	$\boxed{4}$	Placa
1	5	4	10	10	10	1	Opções

$$x = 1 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 1 = 20000$$
$$\therefore x \geq 19000$$

MATRIZES

2012.2

4) A matriz $\begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix}$ é a solução da equação matricial $AX = M$ em que:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 5 \\ 0 & 1 & 4 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix} \text{ e } M = \begin{bmatrix} 28 \\ 15 \\ 9 \end{bmatrix}$$

Então $a^2 + b^2 + c^2$ vale:

a) 67
b) 68
c) 69
d) 70
e) 71

RESOLUÇÃO:

$$A.X = M \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 2 & 5 \\ 0 & 1 & 4 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix} . \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 28 \\ 15 \\ 9 \end{pmatrix}$$

$$\begin{cases} a + 2b + 5c = 28 \\ b + 4c = 15 \\ 3c = 9 \end{cases} \rightarrow a = 7, b = 3, c = 3$$

Assim:

$$a^2 + b^2 + c^2 = 49 + 9 + 9 = 67$$

2013.1

11) Sabendo que a inversa de uma matriz A é $A^{-1} = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ -5 & 2 \end{bmatrix}$, e que a matriz X é solução da equação matricial $X.A = B$, em que $B = [8\ 3]$, podemos afirmar que a soma dos elementos da matriz X é

a) 7
b) 8
c) 9
d) 10
e) 11

RESOLUÇÃO:

$$X.A = B \rightarrow X.A.A^{-1} = B.A^{-1} \rightarrow X.I = B.A^{-1} \rightarrow X = B.A^{-1}$$

$$X = [8\ \ 3].\begin{bmatrix} 3 & -1 \\ -5 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9 \\ -2 \end{bmatrix}$$

Assim, a soma dos elementos é:

$$9 + (-2) = 7$$

2014.2

14) Sejam as matrizes $A = \begin{bmatrix} 1 & -4 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$ e $B = [5 \quad 8]$. A matriz X que satisfaz a equação matricial $XA = B$ tem elementos cuja soma é

a) 0,5
b) 1
c) 1,5
d) 2
e) 2,5

RESOLUÇÃO:

$$X = [a\ b]$$

$$[a\ b].\begin{bmatrix} 1 & -4 \\ 2 & 0 \end{bmatrix} = [(a + 2b)(-4a)] = [5\ 8]$$

$$\begin{cases} a + 2b = 5 \\ -4a = 8 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} a = -2 \\ b = \dfrac{7}{2} \end{cases}$$

$$a + b = -2 + \frac{7}{2} = 1{,}5$$

2015.1

11) O sistema de equações nas incógnitas x, y e z dado pela equação matricial

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ m \\ 5 \end{bmatrix} \text{ é}$$

a) possível e determinado para qualquer valor de m.
b) possível e determinado somente para m = 4.
c) impossível para m = −2.
d) indeterminado para m = 2 ou m = −2.
e) indeterminado apenas para m = 2.

RESOLUÇÃO:

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{vmatrix} = -2$$

Portanto, o sistema é possível e determinado para qualquer valor de m.

2015.2

12) Seja a matriz $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a & b & c \\ a^2 & b^2 & c^2 \end{bmatrix}$ cujo determinante é igual a 8.

Nessas condições, o determinante da matriz $2A$ será igual a

a) 128
b) 32
c) 64
d) 16
e) 256

RESOLUÇÃO:

A é uma matriz de ordem três, portanto:

$$\det(2A) = 2^3.\det(A) = 8.8 = 64$$

2016.1

11) Os pontos de coordenadas (x, y), do plano cartesiano que satisfazem a equação matricial $[x\ y]\begin{bmatrix} 2 & 4 \\ -2 & 2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = [1]$ representam:

a) uma elipse com centro no ponto (0,0).
b) um par de retas paralelas com declividade − 3.
c) uma hipérbole com um dos focos de coordenadas (−3,0).
d) uma circunferência de raio $\frac{\sqrt{2}}{2}$.
e) uma parábola com concavidade voltada para cima.

RESOLUÇÃO:

$$[x \quad y]\begin{bmatrix} 2 & 4 \\ -4 & 2 \end{bmatrix}.\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = [1]$$

$$\to [2x - 4y \quad 4x + 2y].\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = 1$$

$$\therefore 2x^2 + 2y^2 = 1 \to x^2 + y^2 = \frac{1}{2} = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2$$

Circunferência centrada na origem e raio $\frac{\sqrt{2}}{2}$

2016.2

10) Dada a matriz $B = \begin{bmatrix} 3 \\ -4 \end{bmatrix}$ e sabendo que a matriz $A^{-1} = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 5 & 3 \end{bmatrix}$ é a matriz inversa da matriz A, podemos concluir que a matriz X, que satisfaz a equação matricial $AX = B$, tem como soma de seus elementos o número

a) 14
b) 13
c) 15
d) 12
e) 16

RESOLUÇÃO:

$$A.X = B \to A^{-1}.A.X = A^{-1}.B \to X = A^{-1}.B$$

$$X = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 5 & 3 \end{pmatrix}.\begin{pmatrix} 3 \\ -4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 \\ 3 \end{pmatrix}$$

A soma dos elementos de X:

$$10 + 3 = 13$$

2017.1

12) Uma matriz A de ordem 2 transmite uma palavra de 4 letras em que cada elemento da matriz representa uma letra do alfabeto.

A fim de dificultar a leitura da palavra, por se tratar de informação secreta, a matriz A é multiplicada pela matriz $B = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ -5 & 2 \end{bmatrix}$ obtendo-se a matriz codificada B.A.

Sabendo que a matriz B.A é igual a $\begin{bmatrix} -10 & 27 \\ 21 & -39 \end{bmatrix}$, podemos afirmar que a soma dos elementos da matriz A é:

a) 46
b) 48
c) 49
d) 47
e) 50

RESOLUÇÃO:

$$B.A = \begin{bmatrix} -10 & 27 \\ 21 & -39 \end{bmatrix} \to \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ -5 & 2 \end{bmatrix}.\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -10 & 27 \\ 21 & -39 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 3a - c & 3b - d \\ -5a + 2c & -5b + 2d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -10 & 27 \\ 21 & -39 \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} 3a - c = -10 \\ 3b - d = 27 \\ -5a + 2c = 21 \\ -5b + 2d = -39 \end{cases} \to \begin{cases} a = 1 \\ b = 15 \\ c = 13 \\ d = 18 \end{cases}$$

Assim:

$$1 + 15 + 13 + 18 = 47$$

2017.2

3) Quando uma matriz $M = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ possui uma matriz inversa, ela é dada por $M^{-1} = \frac{1}{\det(M)}\begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$ é o determinante da matriz M.

Dadas as matrizes: $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 5 & 3 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$, $C = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 4 \end{bmatrix}$, a matriz X que satisfaz a equação matricial $A.X.B = C$ tem como soma de seus elementos o valor:

a) 16
b) 14
c) 18
d) 12
e) 20

RESOLUÇÃO:

$$A.X.B = C \rightarrow A^{-1}.A.X.B = A^{-1}C \rightarrow X.B = A^{-1}C$$

$$X.B.B^{-1} = A^{-1}.C.B^{-1} \rightarrow X = A^{-1}.C.B^{-1}$$

Utilizando a formula dada no enunciado:

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ -5 & 2 \end{bmatrix} \quad e \quad B^{-1} = \begin{bmatrix} 2 & -5 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}$$

Assim:

$$X = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ -5 & 2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 4 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 2 & -5 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}$$
$$= \begin{bmatrix} 6 & -4 \\ -10 & 8 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 2 & -5 \\ -1 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 16 & -42 \\ -28 & 74 \end{bmatrix}$$

O valor pedido é:

$$16 - 42 - 28 + 74 = 20$$

2018.1

15) Dadas as matrizes $\begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 2 & 4 & -1 \end{bmatrix}$ e $B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$, quantas matrizes X satisfazem a equação matricial $A.X = B$?

a) duas
b) uma
c) nenhuma
d) três
e) infinitas

RESOLUÇÃO:

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 2 & 4 & -1 \end{pmatrix}.\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{cases} a - 2b + 3c = 0 \\ 2a + 4b - c = 1 \end{cases}$$

Da solução do sistema:

$$b = \frac{7c}{8} \ e \ a = -\frac{5c}{4}$$

Tomando $c = \alpha$, com $\alpha \in \mathbb{R}$, as infinitas soluções são:

$$\left(-\frac{5\alpha}{4}, \frac{7\alpha}{8}, \alpha\right)$$

2018.2

10) Se $A, B \ e \ C$ forem matrizes quadradas de ordem 2, que possuem inversa, e se O for a matriz nula quadrada de ordem 2, podemos afirmar que:

a) Os produtos $AB \ e \ BA$ sempre existem, mas nunca $AB = BA$.
b) Se BC = O, então $B = 0 \ ou \ C = O$.
c) $A^2 - C^2 = (A + C)(A - C)$
d) Se $CA = CB$, então $A = B$.
e) $(A + B)^2 = A^2 + 2AB + B^2$

RESOLUÇÃO:

a) A igualdade $AB = BA$ pode ocorrer;

b) Se $BC = 0$ só podemos afirmar que $\det(B) = 0$ ou $\det(C) = 0$;

c) $(A + C)(A - C) = A^2 - AC + CA - C^2$

d) Do enunciado, C possui inversa, então:

$$CA = CB \rightarrow C^{-1}CA = C^{-1}CB \rightarrow I.A = I.B \rightarrow A = B$$

e) $(A + B)^2 = (A + B)(A + B) = A^2 + AB + BA + B^2$

2020.2

10) A matriz X tal que $A.X = B$, em que $A = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 5 & 2 \end{bmatrix}$ e $B = \begin{bmatrix} 0 \\ 6 \end{bmatrix}$, tem como soma de seus elementos o valor:

a) 12
b) 27
c) 16
d) 18
e) 14

RESOLUÇÃO:

$$X = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \to \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 5 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 6 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 3x + y \\ 5x + 2y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 6 \end{bmatrix} \to \begin{cases} 3x + y = 0 \\ 5x + 2y = 6 \end{cases} \to \begin{cases} 6x + 2y = 0 \\ 5x + 2y = 6 \end{cases}$$

$$\therefore x = -6, \quad y = 18$$

$$\therefore x + y = 12$$

INEQUAÇÕES DO 1° GRAU

2016.1

1) Quantos são os valores inteiros de x que satisfazem $-2 \leq 2x + 5 \leq 10$?

a) Infinitas
b) 6
c) 4
d) 7
e) 5

RESOLUÇÃO:

$$-2 \leq 2x + 5 \leq 10 \to -7 \leq 2x \leq 5$$

$$\to -\frac{7}{2} \leq x \leq \frac{5}{2} \to -3{,}5 \leq x \leq 2{,}5$$

As soluções inteiras são:

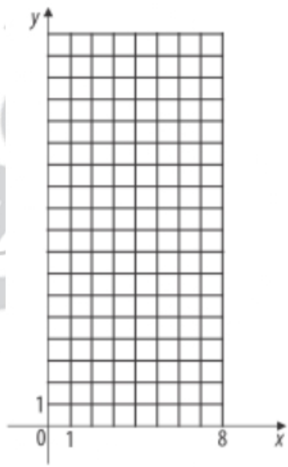
$$-3, -2, -1, 0, 1, 2$$

Portanto, 6 soluções inteiras.

2019.2

2) Certo supermercado tem uma oferta em que se compram 3 caixas de litros de leite e são pagas somente 2. Um litro de leite custa R$ 3,00.

a) Expresse as três equações da função que relaciona o número de caixas de leite x e o preço y, considerando os intervalos $0 \leq x \leq 2{,}3 \leq x \leq 5$ e $6 \leq x \leq 8$.
b) Represente graficamente essa função.



RESOLUÇÃO:

a)

Se $0 \leq x \leq 2$:

$$y = 3x$$

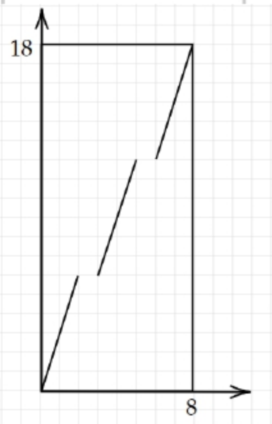
Se $3 \leq x \leq 5$:

$$y = 3(x-3) + 3.\left(\frac{2}{3}\right).3 \rightarrow y = 3x - 3$$

Se $6 \leq x \leq 8$:

$$y = 3(x-6) + 3.\left(\frac{2}{3}\right).6 \rightarrow y = 3x - 6$$

b)



FUNÇÕES

2016.1

2) Dada a função $f(x) = x^2 + 3$ qual o valor da expressão $\frac{f(x+h)-f(x)}{h}$?

a) 2 x
b) 2x + 1
c) 2x − h
d) 2x − 1
e) 2x + h

RESOLUÇÃO:

$$\frac{f(x+h)-f(x)}{h} = \frac{\left((x+h)^2 + 3 - (x^2+3)\right)}{h}$$
$$= \frac{(x^2 + 2hx + h^2 + 3 - x^2 - 3)}{h}$$
$$= \frac{2hx + h^2}{h} = 2x + h$$

2019.2

Questão 1:

$$\begin{cases} f(2) + f(-1) = 2 & (I) \\ f(-1) + f\left(\frac{1}{2}\right) = -1 & (II) \\ f\left(\frac{1}{2}\right) + f(2) = \frac{1}{2} & (III) \end{cases}$$

Com $(I) + (III) - (II)$:

$$2f(2) = 2 + \frac{1}{2} - (-1) = \frac{7}{2}$$

$$\therefore f(2) = \frac{7}{4}$$

2022.1

Considere uma função f definida no conjunto dos números inteiros positivos tal que:

$$f(n) = \begin{cases} \frac{n}{2} + 1, \text{se } n \text{ é ímpar} \\ 2n + 2, \text{se } n \text{ é par} \end{cases}$$

Sabendo que $f\big(f(n)\big) = 8$, a soma dos possíveis valores de n é

a) 36
b) 30
c) 32
d) 29
e) 17

RESOLUÇÃO:

Primeiramente dividiremos em 2 casos:

I) n é par

$$f(n)=\frac{n}{2}+1\rightarrow f\big(f(n)\big)=f\left(\frac{n}{2}+1\right)=8$$

a)

$$\frac{n}{2}+1 \text{ é } par$$

$$f\left(\frac{n}{2}+1\right)=\frac{\frac{n}{2}+1}{2}+1=8\ \rightarrow\ \frac{n}{4}+\frac{1}{2}+1=8$$

$$\rightarrow n=26$$

Verificando: $\frac{n}{2}+1=\frac{26}{2}+1=14\ (ok)$

b)

$$\frac{n}{2}+1 \text{ é } ímpar$$

$$f\left(\frac{n}{2}+1\right)=2\cdot\left(\frac{n}{2}+1\right)+2=8\ \rightarrow n=4$$

Verificando: $\frac{n}{2}+1=\frac{4}{2}+1=3\ (ok)$

II) n é ímpar

$$f(n)=2n+2=2\cdot(n+1)$$

A expressão $2\cdot(n+1)$ é sempre par

$$f\big(f(n)\big)=\frac{f(n)}{2}+1=\frac{2\cdot(n+1)}{2}+1$$

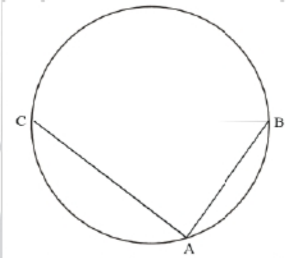
$$f\big(f(n)\big)=n+2=8\ \rightarrow n=6$$

Sendo $n=6$ um número par, então não é um valor válido. Portanto, a soma dos valores válidos é $4+26=30$.

GEOMETRIA PLANA

2012.2

11) Na figura abaixo, o ângulo Â do triângulo ABC inscrito na circunferência é reto. O lado $\overline{AB}$ mede 4, e o lado $\overline{AC}$ mede 5.



A área do círculo da figura é:

a) $9{,}75\pi$
b) 10π
c) $10{,}25\pi$
d) $10{,}50\pi$
e) $10{,}75\pi$

RESOLUÇÃO:

Sendo o ângulo $\hat{A}$ inscrito na circunferência e oposto à um diâmetro, $\hat{A}=90°$

Portanto, o diâmetro vale:

$$(2R)^2=5^2+4^2=25+16=41\rightarrow 4R^2=41\rightarrow R^2=\frac{41}{4}$$

Área do círculo:

$$\pi R^2=\frac{41}{4}\pi=10{,}25\pi$$

2013.1

7) Um triângulo isósceles tem os lados congruentes com medida igual a 5. Seja α a medida do ângulo da base, para a qual a área do referido triângulo é máxima. Podemos afirmar que

a) $10° \leq \alpha < 20°$
b) $20° \leq \alpha < 30°$
c) $30° \leq \alpha < 40°$
d) $40° \leq \alpha < 50°$
e) $50° \leq \alpha < 60°$

RESOLUÇÃO:

Área do triângulo:

$$A = \frac{5.5.sen\beta}{2} = \frac{25}{2} sen\beta$$

A área será máxima quando $sen\beta$ for máximo, ou seja, quando $\beta = 90°$ e $sen\beta = 1$. Assim:

$$\alpha + \alpha + \beta = 180° \rightarrow 2\alpha + 90° = 180° \rightarrow \alpha = 45°$$

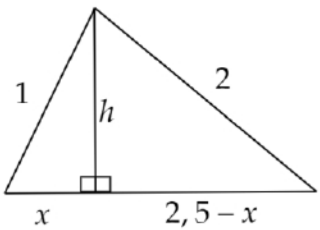
$$40° \leq \alpha < 50°$$

10) O Um triângulo tem lados medindo 1cm, 2cm e 2,5cm. Seja h a medida da altura relativa ao maior lado.

O valor de h^2 expresso em cm^2 é, aproximadamente, igual a

a) 0,54
b) 0,56
c) 0,58
d) 0,60
e) 0,62

RESOLUÇÃO:



$$\begin{cases} x^2 + h^2 = 1 \\ (2{,}5 - x)^2 + h^2 = 4 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x^2 + h^2 = 1 \\ x^2 + h^2 + 6{,}25 - 5x = 4 \end{cases}$$

$$1 + 6{,}25 - 5x = 4 \rightarrow x = 0{,}65$$

Assim:

$$(0{,}65)^2 + h^2 = 1 \rightarrow h^2 = 0{,}5775 \rightarrow h \approx 0{,}58$$

2014.1

9) Um triângulo ABC é retângulo em A. Sabendo que $BC = 5$ e 0 $ABC = 30°$, pode-se afirmar que a área do triângulo ABC é:

a) $3{,}025\sqrt{3}$
b) $3{,}125\sqrt{3}$
c) $3{,}225\sqrt{3}$
d) $3{,}325\sqrt{3}$
e) $3{,}425\sqrt{3}$

RESOLUÇÃO:

$$sen30° = \frac{AC}{5} \rightarrow \frac{1}{2} = \frac{AC}{5} \rightarrow AC = \frac{5}{2}$$

$$cos30° = \frac{AB}{5} \rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{AB}{5} \rightarrow AB = \frac{5\sqrt{3}}{2}$$

Assim, sua área é dada por:

$$A = \frac{(AB).(AC)}{2} = \frac{\left(\frac{5\sqrt{3}}{2}\right)\left(\frac{5}{2}\right)}{2} = 3{,}125\sqrt{3}$$

2014.2

8) Dois triângulos são semelhantes. O perímetro do primeiro é $24m$ e o do segundo é $72m$. Se a área do primeiro for $24m^2$, a área do segundo será

a) $108m^2$
b) $144m^2$
c) $180m^2$
d) $216m^2$
e) $252m^2$

RESOLUÇÃO:

Razão de semelhança:

$$\frac{24}{72}=\frac{1}{3}$$

Razão entre as áreas:

$$\left(\frac{1}{3}\right)^2=\frac{1}{9}$$

Assim:

$$\frac{24}{S}=\frac{1}{9}\rightarrow S=216\ m^2$$

2016.1

6) Um triângulo isósceles tem a base medindo 10 e um dos ângulos da base medindo 45° . A medida do raio da circunferência inscrita nesse triângulo é:

a) $5\sqrt{2}-4$
b) $5\sqrt{2}-6$
c) $5\sqrt{2}-3$
d) $5\sqrt{2}-5$
e) $5\sqrt{2}-2$

RESOLUÇÃO:

Se a hipotenusa do triângulo isósceles é 10, seus catetos medem $5\sqrt{2}$ pelo teorema de Pitágoras.

Relação entre área, raio da inscrita e semi perímetro:

$$A=p.r\rightarrow\frac{(5\sqrt{2})(5\sqrt{2})}{2}=(10+2.5\sqrt{2}).r$$

$$r=5\sqrt{2}-5$$

2016.2

4) Assinale a sentença verdadeira:

a) Dois lados de um triângulo retângulo medem 3 e 4; logo o terceiro lado mede 5.
b) Um polígono regular de perímetro $2p$ e apótema de medida a está inscrito em uma circunferência. A área desse polígono é. p.a.
c) Três pontos distintos do espaço determinam sempre um único plano que os contém.
d) Em um círculo de área100π, a distância máxima entre dois de seus pontos é 25.
e) A diagonal, não da face, de um cubo de lado de medida l é $\frac{l\sqrt{5}}{2}$.

RESOLUÇÃO:

Um polígono regular de perímetro $2p$ é formado por n triângulos isósceles de base $\frac{2p}{n}$ e altura igual ao raio da circunferência circunscrita, a. Portanto, sua área é n vezes a área de cada triângulo:

$$A=n.\frac{(base)(altura)}{2}=\frac{n\left(\frac{2p}{n}\right)(a)}{2}=p.a$$

2017.1

8) Um canteiro com formato retangular tem área igual a $40m^2$ e sua diagonal mede $\sqrt{89}m$. O perímetro desse retângulo é:

a) 20m
b) 22m
c) 24m
d) 26m
e) 28m

RESOLUÇÃO:

$$\begin{cases}ab=40\\a^2+b^2=89\end{cases}\rightarrow\begin{cases}2ab=80\\a^2+b^2=89\end{cases}$$

$$a^2+2ab+b^2=169\rightarrow(a+b)^2=13^2$$

$$a+b=13\rightarrow 2(a+b)=26$$

(11) 99771-6133
bne_edu

2018.1

2) Em um triângulo retângulo, a hipotenusa mede $\sqrt{52}$ e a medida de um cateto é 50% superior à medida do outro. A medida da altura relativa à hipotenusa é:

a) $\frac{4\sqrt{13}}{5}$
b) $\frac{16\sqrt{13}}{13}$
c) $\frac{12\sqrt{13}}{13}$
d) $\frac{16\sqrt{13}}{15}$
e) $\frac{6\sqrt{13}}{5}$

RESOLUÇÃO:

Catetos: $x\ e\ 1{,}5x$

Teorema de Pitágoras:

$$\left(\sqrt{52}\right)^2 = x^2 + (1{,}5x)^2 = 3{,}25x^2 \to x^2 = \frac{52}{3{,}25} = 16$$
$$\to x = 4$$

Área:

$$A = \frac{x(1{,}5x)}{2} = \frac{\sqrt{52}h}{2} \to 1{,}5x^2 = \sqrt{52}h \to 1{,}5.16$$
$$= \sqrt{52}h$$
$$h = \frac{12\sqrt{13}}{13}$$

2019.1

11) Um triângulo tem um lado medindo 9 cm e outro medindo 7 cm. Sabendo que a medida do terceiro lado é expressa por um número inteiro de centímetros, quantos possíveis valores existem para esse lado?

a) 14
b) 12
c) 13
d) 11
e) 15

RESOLUÇÃO:

Da desigualdade triangular:

$$9 + 7 > n \quad e \quad n > 9 - 7$$
$$\to 2 < n < 16$$

Portanto:

$$n \in \{3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15\}$$

Existem 13 valores possíveis.

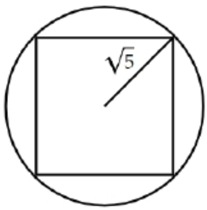
14) No plano cartesiano, a área do quadrado inscrito na circunferência de equação $x^2 + y^2 - 6x - 8y + 20 = 0$ é:

a) 17,5
b) 15,0
c) 12,5
d) 20,0
e) 10,0

RESOLUÇÃO:

$$x^2 + y^2 - 6x - 8y + 20 = 0$$
$$x^2 - 6x + 9 + y^2 - 8x + 16 = 9 + 16 - 20 = 5$$
$$(x-3)^2 + (y-4)^2 = \left(\sqrt{5}\right)^2$$

Metade da diagonal do quadrado inscrito é igual ao raio da circunferência:



$$\frac{l\sqrt{2}}{2} = \sqrt{5} \to l = \sqrt{10}$$

Área:

$$A = l^2 = 10$$

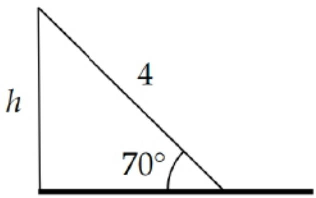
2020.2

4) Uma escada de 4 metros de comprimento é apoiada na parede de uma casa até seu telhado. O ângulo que a escada forma com o chão é de 70°. Utilizando a tabela abaixo, calcule a altura da casa:

ângulo x	10°	20°	30°	40°
sen x	0,17	0,34	0,5	0,64
cos x	0,98	0,94	0,87	0,77

a) 3,76m
b) 3,60m
c) 3,72m
d) 3,64m
e) 3,68m

RESOLUÇÃO:



Da figura:

$$sen70° = \frac{h}{4} \to h = 4sen70°$$

Da trigonometria:

$$sen(70°) = sen(30° + 40°)$$
$$= sen30°cos40° + cos30°sen40°$$
$$\therefore sen(70°) = 0{,}5 \cdot 0{,}77 + 0{,}64 \cdot 0{,}87 = 0{,}9418$$

Portanto:

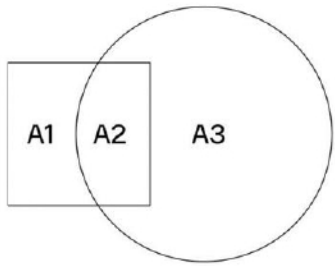
$$h = 4 \cdot 0{,}9418 \to h = 3{,}76\ m$$

2022.1

2) Um círculo e um quadrado são desenhados em um plano, de modo que tenham uma parte sobreposta. A área da região do plano coberta pelas figuras é 351 cm² e a parte sobreposta tem área igual a 73 cm². A área do círculo é 255 cm². O perímetro do quadrado, em cm, é:

a) 52
b) 51
c) 48
d) 73
e) 72

Analise o desenho abaixo:



RESOLUÇÃO:

$A_1 + A_2 + A_3$ = 351
$A_2 + A_3$ = 255
A_2 = 73

Resolvendo o sistema acima, encontramos que:

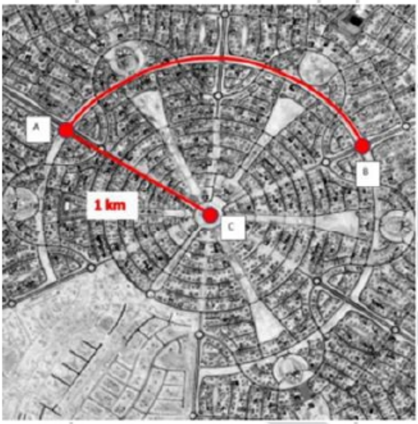
A_1 = 96
A_2 = 73
A_3 = 182

A área do quadrado é $A_1 + A_2$ = 169 cm^2

$l^2 = 169$
l = 13 cm.

Logo, o perímetro do quadrado é $4 \times l$, que é $4 \times 13 = 52\ cm$

9) As avenidas de certa cidade são raios de uma circunferência que se encontram na praça central C da cidade. As ruas são transversais às avenidas e são circunferências com centro na praça central C. Um motorista de aplicativo está posicionado no ponto A, cruzamento de uma rua com uma avenida, situado a $1\,km$ da praça central. Ele recebe uma chamada para ir até o ponto B, cruzamento da mesma rua com outra avenida. O motorista pode ir até B diretamente pela rua onde ele está, percorrendo um arco de círculo, ou pode ir primeiro até a praça central C e depois seguir pela outra avenida até o ponto B. Ele consulta o aplicativo para saber qual desses percursos é o mais curto e o aplicativo informa que a distância em ambos os percursos é a mesma. O ângulo ACB, em radianos, é:



a) 1,9
b) 1,3
c) 1,5
d) 2,0
e) 2,1

RESOLUÇÃO:

O comprimento de A para B radialmente é $2\,km$. Como as distâncias são iguais, temos:

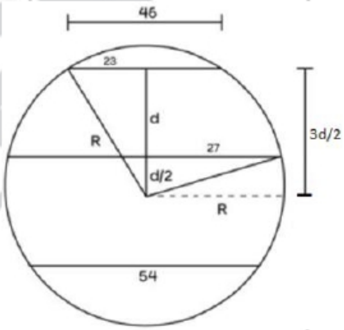
$$C_{\widehat{AB}} = R\alpha$$
$$\alpha = \frac{2}{1} = 2\,rad$$

11) Três retas paralelas e igualmente espaçadas determinam em um círculo três cordas de comprimentos 54, 54 e 46. A distância entre duas dessas retas, adjacentes entre si, é:

a) 5
b) 8
c) 10
d) 16
e) 23

RESOLUÇÃO:

Por simetria, existe apenas uma única forma de duas cordas serem paralelas em um círculo, e isso ocorre quando seu centro equidista destas. A figura ficaria:



Por Pitágoras, nos triângulos “1” e “2”:

$$R^2 = \left(\frac{d}{2}\right)^2 + 27^2 \quad (I)$$

$$R^2 = 23^2 + \left(\frac{3d}{2}\right)^2 \quad (II)$$

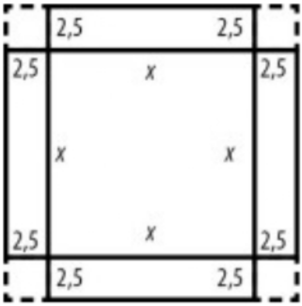
Logo, de (I) e (II):

$$\left(\frac{d}{2}\right)^2 + 27^2 = 23^2 + \left(\frac{3d}{2}\right)^2$$

$$\Rightarrow d = 10$$

2022.2

3) Uma folha de papelão quadrada teve os cantos removidos para que pudesse ser dobrada de modo a formar uma caixasem tampa, como mostra a figura.



Cada canto removido é um quadradinho de lado 2,5 cm. A área da folha, já descartando os cantos removidos, é de 144cm^2. O valor de x, correspondente ao lado da base da caixa em centímetros, é:

a) 6
b) 9
c) 8
d) 7
e) 5

RESOLUÇÃO:

$$A = x^2 + 4.2{,}5.x$$

$$144 = x^2 + 10x$$

$$0 = x^2 + 10x - 144$$

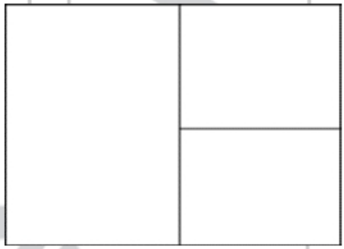
$$x = \frac{-10 \pm \sqrt{10^2 - 4.1.(-144)}}{2.1}$$

$$x = \frac{-10 \pm 26}{2}$$

$$x_1 = 8\,(ok)$$

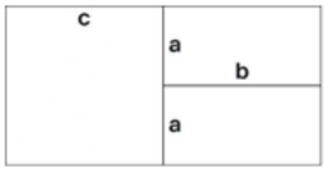
$$x_2 = -18\,(\tilde{N}/C)$$

15) Certo apartamento tem formato retangular e é dividido em três cômodos, como mostra a figura. A sala é o cômodo maior, e os dois quartos têm a mesma área. O arquiteto escolheu as medidas de modo que o retângulo correspondente a um dos quartos e o correspondente à sala sejam semelhantes ao retângulo correspondente ao apartamento com um todo. A razão entre o lado menor e o lado maior da sala é:



a) $1/2$
b) $\sqrt{3}/2$
c) $2/3$
d) $3/7$
e) $\sqrt{2}/2$

RESOLUÇÃO:



$$\frac{menor}{maior} = \frac{a}{b} = \frac{c}{2a} = \frac{2a}{b+c}$$

$b + c = 2b$
$c = b$

$$2a^2 = b^2$$
$$\sqrt{2} \cdot a = b$$
$$c = b = \sqrt{2} \cdot a$$

$$\frac{c}{2a} = \frac{\sqrt{2} \cdot a}{i}$$
$$\frac{c}{2a} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

(11) 99771-6133
bne_edu

PROGRESSÃO ARITMÉTICA

2013.1

6) Um anfiteatro tem 12 fileiras de cadeiras. Na 1ª fileira há 10 lugares, na 2ª há 12, na 3ª há 14 e assim por diante (isto é, cada fileira, a partir da segunda, tem duas cadeiras a mais que a da frente).

O número total de cadeiras é

a) 250
b) 252
c) 254
d) 256
e) 258

RESOLUÇÃO:

PA: $(10, 12, 14, 16, \dots)$

$$a_{12} = 10 + 11.2 = 32$$

Soma dos 12 primeiros termos:

$$\frac{10+32}{2}.12 = 252$$

2014.2

10) As prestações de um financiamento imobiliário constituem uma progressão aritmética na ordem em que são pagas. Sabendo que a 15ª prestação é R$ 3 690,00 e a 81ª prestação é R$ 2 700,00, o valor da 1ª prestação é

a) R$ 3 800,00
b) R$ 3 850,00
c) R$ 3 900,00
d) R$ 3 950,00
e) R$ 4 000,00

RESOLUÇÃO:

Razão da PA: r

$$\begin{cases} a_{15} = a_1 + 14r = 3690 \\ a_{81} = a_1 + 80r = 2700 \end{cases} \to 66r = -990 \to r = -15$$

Assim:

$$a_1 + 14.(-15) = 3690 \to a_1 = 3900$$

2016.1

14) Considere o conjunto dos 51 primeiros múltiplos positivos de 3. Seja μ sua média e M sua mediana.

Podemos afirmar que

a) $\mu = 75$
b) $M = 77$
c) $\mu = M$
d) $|\mu - M| = 0{,}5$
e) $\mu = \sqrt{M^2+1}$

RESOLUÇÃO:

Conjunto com 51 primeiros múltiplos positivos de 3:

$$M_3 = \{3, 6, 9, \dots, 153\}$$

Soma dos elementos:

$$S = (3+153).\frac{51}{2} = 3978$$

Média dos elementos:

$$\mu = \frac{S}{51} = \frac{3978}{51} = 78$$

Mediana dos elementos é o valor do vigésimo sexto termo da PA, ou seja:

$$M = 3 + (26-1).3 = 78$$

Assim:

$$\mu = M = 78$$

2016.2

9) Uma progressão aritmética (PA) é constituída de 15 números inteiros com razão igual a 2.

Sabendo que a média aritmética dos quinze números é 46, podemos concluir que o maior deles é

a) 60
b) 63
c) 62
d) 64
e) 61

RESOLUÇÃO:

Média aritmética dos 15 primeiros termos da PA $(a, a+2, a+4, \dots)$ é o oitavo termo dessa PA e seu valor é $a + 7.2 = a + 14$

$$a + 14 = 46 \rightarrow a = 32$$

Portanto:

$$a_{15} = a + 14.2 = 32 + 28 = 60 \rightarrow a_{15} = 60$$

2017.2

7) Em 2016, uma empresa teve um faturamento de 250 milhões de reais. A diretoria propôs, para os anos de 2017 a 2030, uma meta de aumento de faturamento em cada ano de 30 milhões, em relação ao faturamento do ano anterior.

Se a meta for atingida, qual o total do faturamento de 2016 a 2030 (inclusive 2016 e 2030)?

a) 6,99 bilhões de reais.
b) 6,93 bilhões de reais.
c) 6,87 bilhões de reais.
d) 6,90 bilhões de reais.
e) 6,96 bilhões de reais.

RESOLUÇÃO:

$$(a_n) = (250{,}280{,}310, \dots, 670) \rightarrow 15\ termos$$
$$a_{15} = 250 + (15-1)30 = 670$$

Assim:

$$S_{15} = (a_1 + a_{15}).\frac{15}{2} = (250 + 670).\frac{15}{2} = 6900$$

O faturamento foi de 6900 milhões ou 6,9 bilhões de reais.

2018.2

12) A equação polinomial, na incógnita $x^3 - 21x^2 + kx - 315 = 0$ tem raízes em progressão aritmética.

Podemos concluir que o valor de k é:

a) 162
b) 143
c) 201
d) 157
e) 131

Raízes em PA: $p-q, q, p+q$
Relações de Girard:

$$p - q + p + p + q = 21 \rightarrow p = 7$$

$$315 = (p+q)p(p-q) = (49 - q^2)7 \rightarrow 49 - q^2 = 45$$

$$q = 2$$

Raízes: 5, 7, 9.

Relações de Girard:

$$k = 5.7 + 5.9 + 7.9 = 143$$

2022.1

5) Kelvin desceu uma ladeira com seu skate, de tal modo que ele percorreu 30 cm no primeiro intervalo de um segundo e, a cada intervalo de um segundo subsequente, ele percorreu 40 cm a mais do que no intervalo de um segundo anterior. Kelvin desceu a ladeira em 20 segundos. A distância, em metros, que Kelvin percorreu nessa descida foi:

a) 90
b) 88
c) 86
d) 84
e) 82

RESOLUÇÃO;

No primeiro segundo temos a distância de 30 cm, no segundo temos 70 cm, e assim por diante.

$$PA(30, 70, 110, 150, \dots, a_{20})$$

$a_1 = 30$; $R = 40$

$a_{20} = a_1 + (20 - 1) \cdot R$

$a_{20} = 30 + 19 \cdot 40$

$a_{20} = 790\ cm$

A distância total é a soma da $P.A.$

$S_{20} = \left(\dfrac{a_1 + a_{20}}{2}\right) \cdot 20$

$S_{20} = \left(\dfrac{30 + 790}{2}\right) \cdot 20$

$S_{20} = 8200\ cm = 82\ m$

10) Considere a lista de números 1, 3, 3, 3, 5, 5, 5, 5, 5, ..., 41, 41, ..., 41, na qual cada número ímpar positivo N, de 1 a 41, aparece N vezes. A mediana dessa lista de números é:

a) 23
b) 25
c) 27
d) 29
e) 31

RESOLUÇÃO:

Seja a sequência $(a_1, a_2, a_3, \dots a_k)$ que representa a frequência de aparição de cada ímpar.

$$a_1 = 1;\ a_2 = 3;\ a_3 = 5; a_{22} = 41;\ a_k = 2k - 1$$

A soma de todos os termos gera a quantidade de números da lista dada.

$s_n = \left(\frac{a_1 + a_n}{2}\right) . n$
$s_n = \left(\frac{a_1 + a_{22}}{2}\right) .22$
$s_n = \left(\frac{1 + 41}{2}\right) .22$

$$s_n = 462\ termos$$

A mediana de uma sequência com número de termos é a média dos termos centrais.

Mediana = $\frac{b_{\frac{n}{2}} + b_{\frac{n}{2}+1}}{2}$
Mediana = $\frac{b_{231} + b_{232}}{2}$
Onde $(b_1, b_2, b_3, \dots b_{462})$ é a sequência dada.

Sabendo que a soma das frequências deve ser 231 ou 232, temos que:

$\left[\frac{1+(2k-1)}{2}\right] \cdot$ k = 231

$2k \cdot k$ = 462
k^2 = 231

$$K \cong 15{,}19$$
ou
$$\left[\frac{1+(2k-1)}{2}\right] \cdot k = 232$$

$2k \cdot k$ = 464
k^2 = 232
k ≅ 15,23

Então, b_{231} e b_{232} e são de ordem 15 e sua frequência é:

a_{15} = $2 \cdot 15 - 1$
a_{15} = 29

Logo, a mediana será 29.

2022.2

4) Bob e seu canguru, Gordon, passeiam por uma estrada em linha reta onde há sequência de postes igualmente espaçados.Bob dá 65 passos para percorrer a distância entre 2 postes consecutivos e Gordon dá 40 pulos para percorrer a mesma distância. A distância entre o primeiro poste e o vigésimo quinto poste é 1248 metros.

A diferença, em centímetros, entre um pulo de Gordon e um passo de Bob é:

a) 25
b) 50
c) 40
d) 55
e) 48

RESOLUÇÃO:

$$d_{TOTAL} = 24x \rightarrow 24x = 1248 \rightarrow x = 52\,m = 5200\,cm$$

Um passo de Bod é:

$$P_{Bob} = \frac{5200}{65} = 80cm$$

Um pulo de Gordon é:

$$P_{Gordon} = \frac{5200}{40} = 130cm$$

A diferença pedida é $50\,cm$.

SISTEMAS

2013.1

14) O par ordenado (x, y) que satisfaz o sistema de equações

$$\begin{cases} \frac{1}{x} - \frac{3}{y} = 9 \\ \frac{2}{x} - \frac{5}{y} = -4 \end{cases}$$

é tal que sua soma $x + y$ vale

a) $-\frac{1}{7}$
b) $-\frac{1}{6}$
c) $-\frac{1}{5}$
d) $-\frac{1}{4}$
e) $-\frac{1}{3}$

RESOLUÇÃO:

Fazendo $\frac{1}{x} = a$ e $\frac{1}{y} = b$

$$\begin{cases} a - 3b = 9 \\ 2a + 5b = -4 \end{cases} \rightarrow a = 3, b = -2$$

Assim:

$$\frac{1}{x} = 3 \rightarrow x = \frac{1}{3}$$

$$\frac{1}{y} = -2 \rightarrow y = -\frac{1}{2}$$

$$x + y = \frac{1}{3} - \frac{1}{2} = -\frac{1}{6}$$

2013.2

8) Dado o sistema linear de equações, nas incógnitas

$$\begin{cases} x + 3y - z = 9 \\ 2x - y + z = -4 \\ -x + 11y - 5z = m \end{cases}$$

podemos afirmar que o sistema é:

a) impossível para m=10.
b) possível, qualquer que seja m.
c) indeterminado para m≠35.
d) determinado para m=35.
e) impossível, qualquer que seja m.

RESOLUÇÃO:

$$\begin{cases} x + 3y - z = 9 \\ 2x - y + z = -4 \\ -x + 11y + 5z = m \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x + 3y - z = 9 \\ -7y + 3z = -22 \\ 14y - 6z = m + 9 \end{cases}$$
$$\rightarrow \begin{cases} x + 3y - z = 9 \\ -7y + 3z = -22 \\ 0.z = m - 35 \end{cases}$$

O sistema possui infinitas soluções se $m = 35$ e não tem solução se $m \neq 35$ (por exemplo $m = 10$).

2016.2

11) Um cinema cobra R$30,00 por ingresso. Estudantes e idosos pagam meia entrada, isto é, R$15,00 por ingresso.

Para uma sessão, foram vendidos 300 ingressos e a receita correspondente foi R$7 200,00.

Sabendo que o número de estudantes é 40% superior ao de idosos, podemos concluir que o número de frequentadores idosos é

a) menor que 40.
b) divisível por 6.
c) múltiplo de 10.
d) primo.
e) maior que 90.

RESOLUÇÃO:

Número de pessoas que pagam inteira: x

Número de pessoas que pagam metade: y

$$\begin{cases} x+y=300 \\ 30x+15y=7200 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x=180 \\ y=120 \end{cases}$$

Número de idosos: i

Número de estudantes: e

$$\begin{cases} i+e=120 \\ e=1{,}4.i \end{cases} \rightarrow i+1{,}4i=2{,}4i=120 \rightarrow i=50$$

2017.1

15) Chama-se solução trivial de um sistema linear aquela em que todos os valores das incógnitas são nulos. O sistema linear, nas incógnitas x, y e z:

$$\begin{cases} x-2y+z=0 \\ -x-y+5z=0 \\ -5x+y+mz=0 \end{cases}$$

a) é impossível para qualquer valor de m.
b) admite apenas a solução trivial para qualquer valor de m.
c) admite soluções diferentes da solução trivial para m=13.
d) admite soluções diferentes da solução trivial para m=10.
e) não admite a solução trivial para m ≠ 13.

RESOLUÇÃO:

$$\begin{cases} x-2y+z=0 \\ -x-y+5z=0 \\ -5x+y+mz=0 \end{cases}$$

$$D=\begin{vmatrix} 1 & -2 & 1 \\ -1 & -1 & 5 \\ -5 & 1 & m \end{vmatrix} = -3m+39$$

Se $D\neq 0 \rightarrow -3m+39\neq 0 \rightarrow m\neq 13 \rightarrow SPD$

Se $D=0 \rightarrow -3m+39=0 \rightarrow m=13 \rightarrow SPI$

O sistema admite soluções diferentes da trivial para $m=13$.

2018.1

12) No plano cartesiano, as retas de equações $x+y=12, x-y=2$ e $mx+y=8$ pertencem a um mesmo feixe de retas concorrentes.

Pode-se afirmar que o valor de m é

a) $\frac{2}{5}$
b) -1
c) $\frac{3}{7}$
d) 1
e) $\frac{4}{9}$

RESOLUÇÃO:

As três retas se cruzam no mesmo ponto:

$$\begin{cases} x+y=12 \\ x-y=2 \end{cases} \rightarrow x=7 \text{ e } y=5$$

Na terceira reta:

$$m.7+5=8 \rightarrow m=\frac{3}{7}$$

2019.1

2) Pensando em sua futura poupança, Roberto decidiu, no final de janeiro de 2018, investir no mercado de ações, adquirindo 100 ações da empresa VP. Seu plano foi, em cada um dos finais dos próximos 59 meses, comprar duas ações da mesma empresa a mais do que comprou no mês anterior.

Logo após sua última compra, a ser feita no final de dezembro de 2022, seu investimento resultará em um total de N ações. Supondo que no período considerado não haja proventos que resultem em aumento no número de ações, pode-se afirmar que N é igual a:

a) 9 440
b) 9 640
c) 9 240
d) 9 540
e) 9 340

RESOLUÇÃO:

$$a_1 = 100, r = 2$$

$$a_{60} = 100 + 59.2 = 218$$

$$S_{60} = \frac{(a_1 + a_{60})n}{2} = \frac{(100 + 218)60}{2} = 9540$$

2019.2

1) Os proprietários de um prédio com três apartamentos decidem comprar o edifício. Cada um dos três proprietários vai pagar uma quantia proporcional ao tamanho de seu apartamento.

O maior deles, no 1º andar, tem uma superfície total de 95 m^2. Os outros dois, no segundo e terceiro andar, têm superfície total de 85 m^2 e 70 m^2, respectivamente. O preço de venda do edifício é de R$ 300 000,00.

a) Quanto deverá pagar o proprietário do apartamento do 2º andar?
b) Se o preço total do edifício se reduzisse cerca de 10%, é correto afirmar que cada um dos proprietários pagaria cerca de 10% a menos? Justifique sua resposta.

RESOLUÇÃO:

a)

$$\begin{cases} x + y + z = 300 \\ \dfrac{x}{95} = \dfrac{y}{85} = \dfrac{z}{10} \end{cases}$$

Portanto:

$$\frac{x}{95} = \frac{y}{85} = \frac{z}{10} = \frac{x + y + z}{95 + 85 + 70} = \frac{300}{250} = \frac{6}{5}$$

$$\therefore x = 114\,mil, \quad y = 102\,mil, \quad z = 84\,mil$$

b) Sim, pois a proporção é mantida:

$$\begin{cases} x' + y' + z' = 0{,}9.300 \\ \dfrac{x'}{95} = \dfrac{y'}{85} = \dfrac{z'}{10} \end{cases}$$

$$\therefore x' = 0{,}9.114\,mil, \quad y' = 0{,}9.102\,mil,$$
$$z' = 0{,}9.84\,mil$$

2020.1

10) Considere o sistema linear de equações, nas incógnitas x e y:

$$\begin{cases} x + 2y = 5 \\ 3x - y = -6 \\ 4x + y = m \end{cases}$$

Ele é possível e determinado para um único valor de m.

Podemos afirmar que este valor é:

a) 1.
b) 3.
c) 0
d) 2.
e) − 1.

RESOLUÇÃO:

Se o sistema é possível e determinado, possui apenas uma solução. Determinando x e y com as duas primeiras equações:

$$x + 2y = 5 \; e \; 3x - y = -6$$
$$\therefore x = -1 \; e \; y = 3$$

Substituindo na terceira equação:

$$4(-1) + 3 = m \rightarrow m = -1$$

2022.1

3) Ana, Beatriz e Clara pensam, cada uma, em um número racional. O número pensado por Ana é um a mais do que o triplo do número pensado por Beatriz. O número pensado por Beatriz é dois a menos do que o dobro do número pensado por Clara. O número pensado por Clara é dois a mais do que a metade do número pensado por Ana. A soma dos três números pensados por elas é:

a) 10
b) $\frac{5}{2}$
c) $-\frac{19}{4}$
d) $-\frac{13}{2}$
e) -3

RESOLUÇÃO:

$Ana = A$
$Beatriz = B$
$Clara = C$

A partir do texto, temos:

$$\begin{cases} A = 1 + 3B & (I) \\ B = 2C - 2 & (II) \\ C = 2 + \dfrac{A}{2} & (III) \end{cases}$$

Substituindo $II\ e\ III\ em\ I$:

$A = 1 + 3(2C - 2)$
$A = 1 + 6C - 6$
$A + 5 = 6\left(2 + \dfrac{A}{2}\right)$

$$A + 5 = 2 + 3A \rightarrow A = -\frac{7}{2}$$

$$\therefore C = \frac{1}{4}\ e\ B = -\frac{3}{2}$$

A soma dos 3 valores é:

$$A + B + C = -\frac{19}{4}$$

INEQUAÇÕES

2012.2

8) O número de soluções inteiras da inequação

$$\frac{2x + 6}{14 - 2x} \geq 0$$

é:

a) 8
b) 9
c) 10
d) 11
e) Infinito

RESOLUÇÃO:

$$\frac{2x + 6}{14 - 2x} \geq 0 \rightarrow (2x + 6)(14 - 2x) \geq 0\ e\ 14 - 2x \neq 0$$

$$-4x^2 + 16x + 84 \geq 0\ e\ x \neq 7$$
$$-x^2 + 4x + 21 \geq 0\ e\ x \neq 7$$

Como as raízes de $-x^2 + 4x + 21 = 0$ são -3 e 7 e sua concavidade é para baixo, então:

$$\rightarrow -3 \leq x < 7$$

Soluções inteiras:

$$-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5\ e\ 6$$

10 soluções no total

PROGRESSÃO GEOMÉTRICA

2012.2

14) As raízes da equação

$$\sum_{k=0}^{\infty} x^{2k} = \frac{9}{8}$$

têm soma igual a:

a) -3
b) -2
c) -1
d) 0
e) 1

RESOLUÇÃO:

$$\sum_{k=0}^{\infty} x^{2k} = x^0 + x^2 + x^4 + \cdots = \frac{9}{8}$$
$$\frac{x^0}{1 - x^2} = \frac{9}{8}\ e\ 0 \leq x^2 < 1$$
$$x^2 = \frac{1}{9} \rightarrow x = \pm\frac{1}{3}$$

Assim, a soma das raízes é:

$$+\frac{1}{3} - \frac{1}{3} = 0$$

2013.2

11) Sabendo que D, g e i são constantes e $0 < g < i$, o valor da soma $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{D(1+g)^k}{(1+i)^k}$ é

a) $\frac{D}{i-g}$
b) $\frac{D(1+i)}{i-g}$
c) $\frac{D}{i+g}$
d) $\frac{D(1+i)}{i+g}$
e) ∞

RESOLUÇÃO:

$$0 < g < i \to 0 < 1+g < 1+i \to 0 < \frac{1+g}{1+i} < 1$$

Assim, a soma dos infinitos termos (de uma PG):

$$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{D(1+g)^k}{(1+i)^k} = \frac{D}{1-\left(\frac{1+g}{1+i}\right)} = \frac{D}{\frac{1-g}{1+i}} = \frac{D(1+i)}{1-g}$$

MATEMÁTICA BÁSICA

2013.2

13) Seja o seguinte número: $m = 5745^2 - 5740^2$. A soma dos algarismos de m é

a) 22
b) 23
c) 24
d) 25
e) 26

RESOLUÇÃO:

$$m = 5745^2 - 5740^2 = (5745 + 5740)(5745 - 5740) = 11485.5 = 57425$$

Assim:

$$5 + 7 + 4 + 2 + 5 = 23$$

2014.1

1) Em certa região do litoral paulista, o preço do metro quadrado de terreno é R$ 400,00. O Sr. Joaquim possui um terreno retangular com 78 metros de perímetro, sendo que a diferença entre a medida do lado maior e a do menor é 22 metros. O valor do terreno do Sr. Joaquim é:

a) R$ 102 600,00
b) R$ 103 700,00
c) R$ 104 800,00
d) R$ 105 900,00
e) R$ 107 000,00

RESOLUÇÃO:

$$\begin{cases} x - y = 22 \\ 2x + 2y = 78 \end{cases} \to \begin{cases} x - y = 22 \\ x + y = 39 \end{cases} \to x = 30{,}5 \text{ e } y = 8{,}5$$

Assim, a área do terreno:

$$A = x.y = 30{,}5.8{,}5 = 259{,}25$$

Valor do terreno:

$$259{,}25.400 = 103700$$

12) Três sócios A, B e C resolvem abrir uma sociedade com um capital de R$ 100 000,00. B entrou com uma quantia igual ao dobro da de A, e a diferença entre a quantia de C e a de A foi R$ 60 000,00.

O valor absoluto da diferença entre as quantias de A e B foi:

a) R$ 10 000,00
b) R$ 15 000,00
c) R$ 20 000,00
d) R$ 25 000,00
e) R$ 30 000,00

(11) 99771-6133
bne_edu

RESOLUÇÃO:

Quantia de cada sócio: a, b, c. Assim:

$$\begin{cases} a + b + c = 100000 \\ b = 2a \\ c - a = 60000 \end{cases}$$

$$a + (2a) + (a + 60000) = 100000 \rightarrow a = 10000$$

$$\rightarrow b = 20000, c = 70000$$

O valor absoluto da diferença entre as quantias de A e B é:

$$|10000 - 20000| = 10000$$

2016.1

14) Considere o conjunto dos 51 primeiros múltiplos positivos de 3. Seja μ sua média e M sua mediana.

Podemos afirmar que

f) $\mu = 75$
g) $M = 77$
h) $\mu = M$
i) $|\mu - M| = 0{,}5$
j) $\mu = \sqrt{M^2 + 1}$

RESOLUÇÃO:

Conjunto com 51 primeiros múltiplos positivos de 3:

$$M_3 = \{3, 6, 9, \ldots, 153\}$$

Soma dos elementos:

$$S = (3 + 153).\frac{51}{2} = 3978$$

Média dos elementos:

$$\mu = \frac{S}{51} = \frac{3978}{51} = 78$$

Mediana dos elementos é o valor do vigésimo sexto termo da PA, ou seja:

$$M = 3 + (26 - 1).3 = 78$$

Assim:

$$\mu = M = 78$$

2019.2

6) A Considere um número inteiro e positivo p, sendo $p < 50$. Considere a seguinte afirmação:

Se p é um número primo e a é qualquer número inteiro e positivo e menor que p, então a^{p-1} será divisível por p.

a) Verifique essa afirmação nos casos particulares em que $p = 5$ e $p = 2$
b) Se $y = \frac{x}{x + \frac{x}{x+y}}$, determine todos os valores de x, diferentes de 0 e inteiros, para os quais y não é um número real.

RESOLUÇÃO:

a)

$p = 5$:

$$a^{5-1} - 1 = a^4 - 1 = (a^2 + 1)(a^2 - 1) \\ = (a^2 + 1)(a + 1)(a - 1)$$

$$a = 4 \rightarrow (4^2 + 1)(4 + 1)(4 - 1) = 5.17.3\ (Ok!)$$
$$a = 3 \rightarrow (3^2 + 1)(3 + 1)(3 - 1) = 5.2.4.2\ (Ok!)$$
$$a = 2 \rightarrow (2^2 + 1)(2 + 1)(2 - 1) = 5.3.1\ (Ok!)$$
$$a = 1 \rightarrow (1^2 + 1)(1 + 1)(1 - 1) = 0\ (Ok!)$$

$p = 2$:

$$a^{2-1} - 1 = a - 1$$

$$a = 1 \rightarrow (1 - 1) = 0\ (Ok!)$$

b)

$$y = \frac{x}{x + \frac{x}{x+y}} = \frac{1}{1 + \frac{1}{x+y}} = \frac{x+y}{x+y+1}$$

$$\rightarrow xy + y^2 + y = x + y$$

$$\rightarrow y^2 + xy - x = 0$$

Se $\Delta < 0$ não teremos soluções reais para y:

$$\Delta = x^2 - 4(1)(-x) = x^2 + 4x$$
$$x^2 + 4x < 0 \rightarrow x(x + 4) < 0 \rightarrow -4 < x < 0$$

Como x é inteiro:

$$x \in \{-3, -2, -1\}$$

2022.1

7) O terceiro ano do ensino médio de certa escola tem somente duas turmas, A e B. Em uma prova de matemática, os alunos da turma A tiveram média 9. Os alunos da turma B tiveram média 6. A média do terceiro ano foi 7.

A fração dos alunos do terceiro ano que pertencem à turma B é:

a) 2/5
b) 3/4
c) 5/8
d) 2/3
e) 4/5

RESOLUÇÃO:

Seja x a quantidade de alunos da turma A e y a quantidade de alunos da turma B. Aplicando a média aritmética em cada caso, temos:

$$\frac{S_A}{x} = 9 \to S_A = 9x$$

$$\frac{S_B}{y} = 6 \to S_B = 6y$$

$$\frac{S_A + S_B}{x + y} = 7 \to 9x + 6y = 7x + 7y$$

$$y = 2x$$

A fração pedida é:

$$q = \frac{y}{x+y} = \frac{2x}{x+2x} = \frac{2}{3}$$

8) A longínqua estrela E tem os planetas A e B orbitando ao seu redor segundo circunferências perfeitas e concêntricas, com velocidades angulares constantes. As órbitas estão em um mesmo plano. Além disso, os planetas giram na mesma direção, ou seja, em certo desenho esquemático do sistema estelar, ambos os planetas giram no sentido horário.

Para dar uma volta completa em torno de E, o planeta A leva exatos 3 anos terrestres e o planeta B leva exatos 5 anos terrestres. Os astrônomos do planeta B estão muito animados, pois neste momento, a sombra do planeta A está causando um eclipse estelar no planeta B. Isso quer dizer que os dois planetas e a estrela estão sobre uma mesma reta, com o planeta A entre a estrela E e o planeta B. O próximo eclipse estelar ocorrerá daqui a quantos anos terrestres?

a) 3
b) 7,5
c) 6
d) 5,5
e) 4,5

RESOLUÇÃO:

Período de A: T_A = 3 anos

Período de B: T_B = 5 anos

Para encontrar o deslocamento angular de cada um dos planetas, podemos fazer as seguintes regras de três:

θ_A – t	θ_B – t
$2\pi - 3$	2π – 5
$\theta_A = \frac{2\pi t}{3}$	$\theta_B = \frac{2\pi t}{5}$

Para que os planetas estejam na mesma posição angular, os arcos devem ser côngruos:

$$\theta_B + 2\pi k = \theta_A, \text{k} \in Z^*$$

$$\frac{2\pi t}{5} + 2\pi k = \frac{2\pi t}{3}$$

$$K = \frac{t}{3} - \frac{t}{5}$$

$$K = \frac{2t}{15}$$

O valor de k deve ser igual a 1, pois ele tem que ser o menor possível. Logo, $2t$ deve ser o primeiro múltiplo de 15.

$$2t = 15$$
$$t = 7{,}5$$

INEQUEAÇÕES DO 2° GRAU

2014.2

4) Quantos números inteiros satisfazem a inequação $(3x - 25)(5 - 2)x \geq 0$?

a) 3
b) 4
c) 5
d) 6
e) 7

RESOLUÇÃO:

A função $f(x) = (3x - 25)(5 - 2x)$ possui raízes $\frac{5}{2}$ e $\frac{25}{3}$ e concavidade para baixo.

Assim, a função é positiva quando x está entre as raízes:

$$\frac{5}{2} \leq x \leq \frac{25}{3} \rightarrow x \in \{3,4,5,6,7,8\}$$

2019.2

6) A Considere um número inteiro e positivo p, sendo $p < 50$. Considere a seguinte afirmação:

Se p é um número primo e a é qualquer número inteiro e positivo e menor que p, então a^{p-1} será divisível por p.

c) Verifique essa afirmação nos casos particulares em que $p = 5$ e $p = 2$

d) Se $y = \frac{x}{x+\frac{x}{x+y}}$, determine todos os valores de x, diferentes de 0 e inteiros, para os quais y não é um número real.

RESOLUÇÃO:

a)

$p = 5:$

$$a^{5-1} - 1 = a^4 - 1 = (a^2+1)(a^2-1\ ) \\ = (a^2+1)(a+1)(a-1)$$
$$a = 4 \rightarrow (4^2+1)(4+1)(4-1) = 5.17.3\ (Ok!)$$
$$a = 3 \rightarrow (3^2+1)(3+1)(3-1) = 5.2.4.2\ (Ok!)$$
$$a = 2 \rightarrow (2^2+1)(2+1)(2-1) = 5.3.1\ (Ok!)$$
$$a = 1 \rightarrow (1^2+1)(1+1)(1-1) = 0\ (Ok!)$$

$p = 2:$

$$a^{2-1} - 1 = a - 1$$

$$a = 1 \rightarrow (1-1) = 0\ (Ok!)$$

b)

$$y = \frac{x}{x+\frac{x}{x+y}} = \frac{1}{1+\frac{1}{x+y}} = \frac{x+y}{x+y+1} \\ \rightarrow xy + y^2 + y = x + y$$

$$\rightarrow y^2 + xy - x = 0$$

Se $\Delta < 0$ não teremos soluções reais para y:

$$\Delta = x^2 - 4(1)(-x) = x^2 + 4x$$

$$x^2 + 4x < 0 \rightarrow x(x+4) < 0 \rightarrow -4 < x < 0$$

Como x é inteiro:

$$x \in \{-3, -2, -1\}$$

MÉDIA

2014.2

15) As notas de cem alunos em uma prova foram colocadas em ordem crescente, originando a sequência de notas $(n_1, n_2, n_3, \ldots n_{100}$.

Sabe-se que

- n_1=0 e n_{100} =9,6
- podem existir notas iguais;
- $n_{50} \neq n_{51}$

Pode-se afirmar que

a) a nota média das cem notas é 4,8.
b) 50% dos alunos tiveram nota abaixo da média.
c) a moda é igual à mediana.
d) certamente a média das notas foi menor que 5.
e) 50% dos alunos tiveram nota acima da mediana.

RESOLUÇÃO:

Como as notas estão em ordem crescente:

$$n_{50} < n_{51}$$

Mediana:

$$m_d = \frac{n_{50} + n_{51}}{2}$$

Sendo $m_d = \frac{n_{50}+n_{51}}{2} < \frac{n_{51}+n_{51}}{2} = n_{51}$,a mediana é menor que todas as notas. Portanto, metade dos alunos tiveram nota acima da mediana.

FUNÇÕES TRIGONOMÉTRICAS

2013.2

14) A função $f(x) = (senx)(cosx)$ tem conjunto imagem e período dados, respectivamente, por

a) $[-1,1]\ e\ \pi$
b) $[-1,1]\ e\ 2\pi$
c) $[-2,2]\ e\ 2\pi$
d) $\left[\frac{-1}{2}, \frac{1}{2}\right]\ e\ \pi$
e) $\left[\frac{-1}{2}, \frac{1}{2}\right]\ e\ 2\pi$

RESOLUÇÃO:

$$f(x) = senxcosx = \frac{1}{2}2senxcosx = \frac{1}{2}sen(2x)$$

Como $-1 \leq sen(2x) \leq 1$, então $-\frac{1}{2} \leq f(x) \leq \frac{1}{2}$ e o período da função é dado por $p = \frac{2\pi}{2} = \pi$

NÚMEROS COMPLEXOS

2014.2

6) Dada a equação polinomial $x^4 - 3x^3 - 8x^2 + 22x - 24 = 0$ e sabendo-se que 1+ i é uma das raízes (i é a unidade imaginária), pode-se afirmar que as outras duas raízes a e b são tais que a $\frac{1}{a} + \frac{1}{b}$ vale

a) $-\frac{1}{4}$
b) $-\frac{1}{6}$
c) $-\frac{1}{8}$
d) $-\frac{1}{10}$
e) $-\frac{1}{12}$

RESOLUÇÃO:

Se $1 + i$ é raiz, então $1 - i$ também é raiz. Sendo a e b as outras raízes, pelas relações de Girard:

$$\begin{cases} 1 + i + 1 - i + a + b = 3 \\ (1 + i)(1 - i).a.b = -24 \end{cases}$$

Assim:

$$a = 4, b = -3$$

Ou

$$a = -3, b = 4$$

Em ambos os casos:

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{4} + \frac{1}{-3} = -\frac{1}{12}$$

SISTEMAS LINEARES

2015.1

11) O sistema de equações nas incógnitas x, y e z dado pela equação matricial

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ m \\ 5 \end{bmatrix}$$

a) possível e determinado para qualquer valor de m.
b) possível e determinado somente para m = 4.
c) impossível para m = −2.
d) indeterminado para m = 2 ou m = −2.
e) indeterminado apenas para m = 2.

RESOLUÇÃO:

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{vmatrix} = -2$$

Portanto, o sistema é possível e determinado para qualquer valor de m.

TEORIA DOS NÚMEROS

2016.1

14) Considere o conjunto dos 51 primeiros múltiplos positivos de 3. Seja μ sua média e M sua mediana.

Podemos afirmar que

k) $\mu = 75$
l) $M = 77$
m) $\mu = M$
n) $|\mu - M| = 0{,}5$
o) $\mu = \sqrt{M^2+1}$

RESOLUÇÃO:

Conjunto com 51 primeiros múltiplos positivos de 3:

$$M_3 = \{3, 6, 9, \dots, 153\}$$

Soma dos elementos:

$$S = (3 + 153).\frac{51}{2} = 3978$$

Média dos elementos:

$$\mu = \frac{S}{51} = \frac{3978}{51} = 78$$

Mediana dos elementos é o valor do vigésimo sexto termo da PA, ou seja:

$$M = 3 + (26 - 1).3 = 78$$

Assim:

$$\mu = M = 78$$

FUNÇÃO MODULAR

2019.2

3) Há dois valores de x que minimizam a função de variável real $f(x) = x^2 - 5|x| + 6$. A soma desses valores é:

a) 0
b) 2
c) -3
d) 3
e) -2

RESOLUÇÃO:

O mínimo de $f(x)$ ocorre no vértice da parábola:

$$x_V = -\frac{b}{2a} = -\frac{-5}{2.1} = \frac{5}{2}$$

Portanto:

$$|x| = \frac{5}{2} \to x = \pm\frac{5}{2}$$

A soma dos valores é:

$$+\frac{5}{2} - \frac{5}{2} = 0$$

FUNÇÃO COMPOSTA

2020.2

9) Dadas as funções $f(x) = 2^{2x}$ e $g(x) = 5x$, para que valor de x ocorre a relação $f[g(x)] = g[f(x)]$?

Use, se necessário, a tabela abaixo:

x	2	3	7
log(x)	0,30	0,48	0,85

a) 7/24
b) 6/23
c) 5/22
d) 3/20
e) 4/21

RESOLUÇÃO:

$$f(x) = 2^{2x} = 4^x$$
$$g(x) = 5x$$
$$f\big(g(x)\big) = 4^{5x} = 2^{10x}$$
$$g\big(f(x)\big) = 5.4^x = 5.2^{2x} = 5(2^x)^2$$

Do enunciado, queremos:

$$2^{10x} = 5(2^x)^2 \rightarrow \log_2 2^{10x} = \log_2 5.2^{2x} \rightarrow 10x = \log_2 5 + 2x$$

$$8x = \log_2 5 = \log_2\left(\frac{10}{2}\right) = \log_2 10 - 1 = \frac{1}{\log_{10} 2} - 1$$

$$8x = \frac{1}{\log 2} - 1 = \frac{1}{0{,}30} - 1 = \frac{10}{3} - 1 = \frac{7}{3}$$

$$x = \frac{7}{24}$$

RAZÃO E PROPORÇÃO

2019.2

1) Os proprietários de um prédio com três apartamentos decidem comprar o edifício. Cada um dos três proprietários vai pagar uma quantia proporcional ao tamanho de seu apartamento.

O maior deles, no 1º andar, tem uma superfície total de $95m^2$. Os outros dois, no segundo e terceiro andar, têm superfície total de $85m^2$ e $70m^2$, respectivamente. O preço de venda do edifício é de R$ 300 000,00.

a) Quanto deverá pagar o proprietário do apartamento do 2º andar?
b) Se o preço total do edifício se reduzisse cerca de 10%, é correto afirmar que cada um dos proprietários pagaria cerca de 10% a menos? Justifique sua resposta.

RESOLUÇÃO:

a)

$$\begin{cases} x + y + z = 300 \\ \dfrac{x}{95} = \dfrac{y}{85} = \dfrac{z}{10} \end{cases}$$

Portanto:

$$\frac{x}{95} = \frac{y}{85} = \frac{z}{10} = \frac{x+y+z}{95+85+70} = \frac{300}{250} = \frac{6}{5}$$

$$\therefore x = 114\,mil, \quad y = 102\,mil, \quad z = 84\,mil$$

b) Sim, pois a proporção é mantida:

$$\begin{cases} x' + y' + z' = 0{,}9.300 \\ \dfrac{x'}{95} = \dfrac{y'}{85} = \dfrac{z'}{10} \end{cases}$$

$$\therefore x' = 0{,}9.114\,mil, \quad y' = 0{,}9.102\,mil, \quad z' = 0{,}9.84\,mil$$

2022.1

1) João e Tereza estão saindo de uma festa ao mesmo tempo e ambos desejam pegar um táxi para voltar para casa. Consultando seus aplicativos, Tereza descobre que seu táxi custará R$ 24,00 e João é informado que seu táxi custará R$ 36,00. Como o caminho até a casa de João passa em frente à casa de Tereza, eles resolvem dividir um mesmo táxi e combinam a divisão do preço da corrida mais longa. O acordo é que o valor da corrida única será dividido proporcionalmente ao que cada um gastaria, caso fizessem corridas individuais. O valor, em reais, que Tereza tem que pagar para cumprir o acordo é:

a) 20,00
b) 12,50
c) 21,10
d) 18,00
e) 14,40

RESOLUÇÃO:

$$TEREZA \rightarrow R\$\ 24{,}00$$
$$JOÃO \rightarrow R\$\ 36{,}00$$

$$\frac{T}{24} = K\ ;\ \frac{J}{36} = K$$

Corrida Única:

$P = R\$\ 36{,}00$

$$24K + 36K = P$$

$$K = \frac{P}{60} = \frac{36}{60} = 0{,}6$$

Portanto:

$$T = 24 \cdot 0{,}6 = R\$\ 14{,}40$$

2022.2

11) Certo fabricante de refrigerantes tem duas versões de seu produto. As embalagens das duas versões são figuras geometricamente semelhantes, sendo que a maior tem altura igual ao triplo da altura da menor.

O volume da embalagem maior é N vezes da embalagem menor. O valor de N é:

a) 27
b) 18
c) 9
d) 12
e) 3

RESOLUÇÃO:

Razão de Semelhança

$$\frac{H}{h} = 3\ (1\ dimensão)$$

Logo, para a relação de volumes:

$$\frac{V}{v} = \left(\frac{H}{h}\right)^3 = 3^3 = 27$$

14) Três ônibus A, B e C de certa companhia de turismo foram alugados para fazer o mesmo trajeto entre Rio de Janeiro e Paraty.

O ônibus A percorreu o trajeto com velocidade média V_A e levou 6 horas. O ônibus B percorreu o trajeto com velocidade média V_B e levou 4 horas.

O ônibus C percorreu o trajeto com velocidade média V_C , que é igual a média à média aritmética das velocidades V_A e V_B .

O tempo, em horas, que o ônibus C levou para percorrer o trajeto foi igual a

a) 4,2
b) 4,5
c) 4,8
d) 5,1
e) 5,4

RESOLUÇÃO:

	V_m	t
A	V_A	$6h$
B	V_B	$4h$
C	$V_C = \dfrac{V_A + V_B}{2}$	t_C

$$V_A = \frac{d}{6}$$

$$V_B = \frac{d}{4}$$

$$V_C = \frac{d}{t_C}$$

$$t_C = \frac{2d}{d_6 + d_4} = \frac{2}{\frac{1}{6} + \frac{1}{4}} = \frac{24}{2+3} = 4{,}8$$